מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ידיעה טבעית היא מתנה פלאית שבה ניחן כל אדם.

ידיעה טבעית מוגבלת למושגי יסוד כמו , זמן, מידה, צורה, חם, קר , מרחק, תנועה, צבע, דומה, שונה , שווה , סימטרי , כמות , וכו'
ידיעות טבעיות מושגות בפשטות ומבלי שימת לב , על פי מבט, שמיעה , הליכה, מגע , וכדומה
כאשר מדובר בידיעות טבעיות – אין יתרון לפרופסור המלומד, על זה שלא למד.

ידיעות טבעיות מהתחום הגיאומטרי.

קו , הצורה האחידה של הקו, ומידת האורך של הקו.

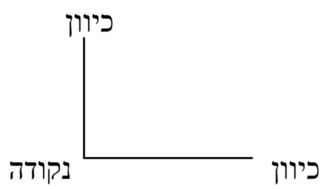
לקטע קו המשורטט בעזרת סרגל יש צורה אחידה מסוימת , ומידת אורך מסוימת.

השם המוסכם של צורת קו הסרגל – הוא צורה ישרה. (לכן הקו נקרא – קו ישר)
ידיעת הצורה באה בעקבות מבט פשוט – מביטים על הקו ויודעים את צורתו
המחשת הצורה הישרה – בעזרת שרוך מתוח
שרוך רפוי ממחיש קו בעל צורה אחרת , ואפשר לתת לה שם מוסכם, כמו צורה כפופה

לכמות הצורות בעולם אין גבול, ולכל צורה אפשר להתאים שם מוסכם..
כל צורה נודעת במבט פשוט, וכך יודעים אותה וזוכרים אותה.
לצורות מיוחדות יש שמות מוסכמים , אך לא לכולם.

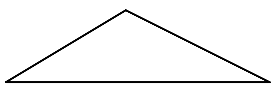
השם המוסכם של הצורה הבאה הוא זווית.

לכל זווית יש צורה ייחודית ,
ואין טעם לתת לכל זווית שם.
זווית מפורסמת בעלת שם מוסכם היא זו
ושמה המוסכם זווית ישרה



בכל הזוויות נבחין בשני קווים ישרים היוצאים מאותה נקודה, לשני כיוונים.
ניתן לצייר זוויות ללא הגבלה, ולכל זווית צורה ייחודית משלה , הנתפסת במבט.

לכל מצולע סגור יש צורה ייחודית הנודעת במבט פשוט.
השם המוסכם לצורה של מצולע בן 3 צלעות הוא משולש
יש אינסוף צורות של משולשים, ואין טעם לתת לכולם שמות



צורה זה שם של ידיעה טבעית הבאה מעצמה – מביטים ויודעים.
גם מידה זה שם ידיעה טבעית, הבאה מעצמה - עושים ויודעים..

לקו הישר המופיע בציור יש גם מידת אורך משלו.
מושג המידה הוא יסודי, והשגתו באה בעקבות מעשה פשוט.
מניחים אצבע יד ימין בקצה הימני של הקו, ואצבע יד שמאל בקצה השמאלי של הקו, ובעקבות המעשה הפשוט הזה, יודעים את מידת האורך של הקו הזה.
ככה יודעים מידה – על פי מעשה, ולא על ידי הסבר מילולי.

מידת האורך של הקו הזה , היא בדיוק המידה הזו כפי שהיא מופיעה במציאות.
מידת אורך זו אינה קטנה, אינה גדולה, והיא בדיוק היא.
זוהי מידת אורך מוחלטת מסוימת , הנתפסת בעזרת מעשה פשוט..
מושג המידה הוא כל כך יסודי וכל כך פשוט, והוא נתפס על ידינו באופן בלתי מודע.
הסבר זה מעלה את מושג המידה , מהתת מודע אל המודע.

למקל של מטאטא ולעיפרון יש צורה ישרה, ולכל אחד מאלה יש מידת אורך ייחודית משלו.
תפיסת העיפרון בקצותיו מביאה לידיעת מידת אורכו, ותפיסת המקל בקצותיו מביאה לידיעת מידת אורכו.
מושג המידה קשור למושגים המנוגדים גדול-קטן, ואנו יודעים כי המקל ארוך יותר מהעיפרון.
ואילו מושג הצורה , קשור למושגים המנוגדים דומה-שונה.

צורה ומידה הם שמות של ידיעות טבעיות
אין כל אפשרות להסביר במלים ידיעות טבעיות.
בעקבות מבט על הקו יודעים ידיעה טבעית, ולאחר מכן נותנים שם לידיעה זו –
ובעקבות מגע בקצוות הקו יודעים ידיעה טבעית אחרת , ולאחר מכן נותנים שם לידיעה זו.
כך באו לעולם המושגים היסודיים - צורה של קו , ומידת אורך של קו.

אין כל טעם לשאול מהי צורת קו ? ולצפות לתשובה מילולית.
אין כל טעם לשאול מהי מידת אורך של קו ? ולצפות לתשובה מילולית.
השואל מהי צורת קו ? אומרים לו תביט במיתר הקשת ותדע, ותן שם לידיעה שהשגת.
אם תרצה , יש כבר שם מוסכם לידיעה זו והוא צורה..
השואל מהי מידה ? אומרים לו "תעשה ותדע " גע בקצות המיתר וידעת" לאחר שידעת, תן שם לידיעה.
אם תרצה, יש כבר שם מוסכם לידיעה זו והוא - מידה.

למושגי היסוד מידה וצורה , יש שפת מידות ושפת צורות.
שפת המידות היא שפת המספרים , והיא שפה מדעית כמותית ומדויקת.
שפת הצורות היא שפה מעורפלת , שבה יש שמות מוסכמים לידיעות הנתפסות במבט..
דוגמה לשפת מידות : אורך מיתר הקשת גדול מאורך החץ, פי 1.5 בקירוב
דוגמה לשפת צורות : לקשת צורה עקומה, ובדריכתה היא מתעקמת יותר. המיתר ישר, ובתהליך הדריכה הוא מקבל צורות של זוויות ההולכות ונעשות חדות יותר ויותר.
שפת הצורות המעורפלת הפכה לשפה מדעית מדויקת, כאשר הופיע בה "מספר היחס".

צורה ומידה הם שמות מוסכמים לידיעות טבעיות הבאות מאליהן בעקבות מבט ומגע ישיר.
המבט על תפוז מביא לידיעת צורתו, ותפיסתו בידיים מביאה לידיעת מידתו.
המבט על אבטיח מביא לידיעת צורתו, ותפיסתו בידיים מביאה לידיעת מידתו
צורת התפוז כמעט דומה לצורת האבטיח, ומידת האבטיח גדולה ממידת התפוז
למושג המידה כאן שני פנים
נפח האבטיח גדול מנפח התפוז (פן גיאומטרי) משקל האבטיח גדול ממשקל התפוז (פן פיסיקלי)

ולסיכום...צורה ומידה הן שמות של ידיעות טבעיות הבאות מאליהן, בעקבות מבט ומעשה.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: ההקדמה הזו מוזרה מאוד, היא מכוונת אותי להשיג ידיעות על פי מבט ומעשה, ולאחר מכן לתת שמות לידיעות הללו. אני חייב לציין שלא ידעתי כי צורה זה שם של ידיעה טבעית.
שמעון: אין ספק שצורה זה שם של ידיעה טבעית, הרי כל תינוק מזהה צורות בלי ללמוד .
לוי: בעצם, גם תנועה זה שם של ידיעה טבעית, והיא קשורה למושגים המנוגדים , מהיר - איטי
שמעון: ובכן אנו כבר יודעים כמה ידיעות טבעיות, ששמן המוסכם הוא צורה, מידה, ותנועה.

ראובן: מה ? כבר אין הגדרות לצורה, תנועה, או מידה ?
לוי: מי צריך הגדרות כאשר יש ידיעה טבעית ? ובכלל מהי הגדרה ?
ראובן: קבוצת מלים המסבירה מלה לא מובנת. (לדוגמה, קבוצת מלים המסבירה את המלה "ידיעה")
לוי: אם תכתוב ספר שלם, לא תוכל להסביר את המלה "ידיעה"
שמעון: אני יודע שאני יודע, או אני יודע שאיני יודע , מה שלא יהיה מדובר בפלא פלאים.

לוי: אכן פלא פלאים , הרי "צורה זה שם מוסכם לידיעה פלאית הבאה בעקבות מבט פשוט".
שמעון: אני מסכים, הידיעה היא פלאית ,וכבר השגנו באורח פלא את ידיעת הצורה, המידה, והתנועה.
לוי: איזה יופי, אין צורך ללמוד את הידיעות הפלאיות היסודיות, הן טבועות בנו בלי שנרגיש.

ראובן: אתה תופס את מה שאתה אומר ? אין צורך ללמוד ?
לוי: כדי להיות רופא יש להשקיע שנים רבות של לימוד, על יסוד ידע וניסיון שנצברו במשך דורות.
אך לא כך הוא בקשר לידיעות הטבעיות הפלאיות, שאותן אנו יודעים בלי לימוד- מספיק לעשות ולדעת.
ראובן: אולי אתה צודק ? הרי "קר" הוא שם של ידיעה טבעית המושגת במגע ישיר בדופן מקרר.
לוי: הידיעות מושגות בהתנסות, (ללא מלים) ורק לאחר מכן נותנים להם שמות.
ראובן: עכשיו ברור לי שאי אפשר להעביר ידיעות טבעיות באמצעות מלים, יש להתנסות ולדעת.

שמעון: ובכל זאת, אני אנסה להציג כמה מידיעותיו הטבעיות של אופה הפיתות באמצעות מלים..
א. לגוש בצק חייבת להיות צורה , מידת נפח, ומידת שטח פנים.
ב.מעיכת גוש הבצק משנה את צורתו ומשנה את מידת שטח פניו, אך נפחו נשאר קבוע
ג. נפח הוא דבר אחר משטח, אך מושג המידה משותף גם לשטח וגם לנפח.
ד.צורת גוש הבצק נובעת מצירוף מידות של שני דברים בעלי מידה, והם נפח ושטח.
ה.אין קיום נפרד לנפח או לשטח , ולכן הצורה היא מחויבת המציאות.

לוי: הנה שמעון הצליח להעביר ידיעות באמצעות מלים, הרי הבנתי על מה הוא מדבר.
ראובן: הוא הצליח מכיוון שכבר ידענו את הידיעות הטבעיות האלה בהתנסות אישית . כל אדם תפס פעם גוש בצק או גוש חימר , ועיצב את צורתו על ידי לחיצות ומעיכות.
לוי :אבל אין בטחון שכל מעצב השיג את הידיעה "שצורה נובעת מצירוף מידות של שטח פנים ונפח"
ראובן :מושג המידה קודם ויסודי יותר ממושג הצורה, הרי זו נובעת מצירוף מידות של שני דברים אחרים

שמעון: אין ספק בקדימותו של מושג המידה ,
אני יודע וגם אתה יודע ומכיר "שלושה דברים בעלי מידה", והם מושגים בדרך של מעשה.
הליכה מגלה דבר בעל מידה , ושמו המוסכם מרחק. (יש מרחק גדול ומרחק קטן)
מגע בפני שולחן מגלה דבר אחר בעל מידה ושמו המוסכם שטח (יש שטח גדול ושטח קטן)
ותפיסת בלון מגלה דבר אחר בעל מידה ושמו המוסכם נפח.

לוי: יצאנו ממלכודת המלים של הגדרות , והגענו אל ידיעות אמיתיות בעזרת מעשים.
שמעון: וידיעות אלו הושגו בעזרת מבט פשוט ומעשה פשוט.
ראובן: וכבר שמנו לב שמושג המידה קודם למושג הצורה
לוי: למושג המידה יש שפת מידות, והיא שפת המספרים.
שמעון: הגיע הזמן שנכיר את השפה הזו.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: איך נקשר בין המצאת המספרים למושג המידה ?
ראובן : הנה כך , עם קו ישר בעל מידת אורך משלו, המיוצגת בפשטות על ידי האות א .

1 ישקף את מידת אורך א , וזו תסומן 1א

שמעון: יפה, הבנתי. היות ו 1 זה מספר מוחלט הנודע רק מעצמו, והיות שהקו המצויר מציג מידת אורך מוחלטת הנודעת רק מעצמה, (והיא מיוצגת באות א) הרי ניתן לשקף את אורך הקו עם 1
לאחר שיקוף זה , הזיהוי של הקו המסוים הזה יהיה על פי 1א
לוי: השילוב 1א לא מובן לי
שמעון: אם נייצג את מידת האורך של עמוד חשמל עם האות ח , מה יגיד השילוב 1ח ?
לוי: הוא יגיד שמידת האורך של עמוד החשמל משתקפת ב 1
שמעון: אם נייצג את מידת האורך של עיפרון באות ע , מה יגיד השילוב 1ע ?
לוי: הוא יגיד שמידת האורך של העיפרון משתקפת ב 1
שמעון: אם נייצג את מידת האורך של מקל מטאטא באות מ , מה יגיד השילוב 1מ ?
לוי: הוא יגיד שמידת האורך של מקל המטאטא משתקפת ב 1
שמעון: זה כל הסיפור, אפשר לשקף ב 1 כל מידת אורך מוחלטת הנודעת מתוך עצמה.
לכן חייב להופיע הביטוי המשולב של 1 ואות לידו, כאשר האות מייצגת מידת אורך מוחלטת מסוימת

ראובן: ובכן נייצג מידות אורך מוחלטות באותיות, ולכל מידת אורך יוצמדו תגי המידה שלה
לוי: תגי מידה ? מה פירוש תגי מידה ?
ראובן: אם הביטוי 1ח מיצג את כל אורכו של עמוד החשמל, הרי הביטוי 2'ח מייצג את מחצית אורכו ו3'ח מייצג את שליש אורכו , ו 4'ח מייצג את רבע אורכו וכן הלאה...

לוי: הבנתי, אלה הם תגי המידה של ח , 2'ח , 3'ח , 4'ח , 5'ח , 6'ח , 7'ח , וכן הלאה
שמעון: ואלה הם תגי המידה של מ (אורך מקל מטאטא) 2'מ , 3'מ , 4'מ, 5'מ, וכן הלאה
ראובן: ואלה הם תגי המידה של ע (אורך העיפרון) 2'ע , 3'ע , 4'ע , 5'ע , וכן הלאה
שמעון: אנו דנים במידות אורך מוחלטות , אמיתיות , כפי שהן מופיעות במציאות.
ראובן: לכן 1ח יותר ארוך מ 1מ , ו 1מ יותר ארוך מ 1ע
שמעון: גם 2'ח יותר ארוך מ 2'מ , ו 2'מ יותר ארוך מ 2'ע

לוי: ובכן יש לי שאלה מסקרנת
שמעון: מה השאלה ?
לוי: האם יתכן "אירוע שוויוני " בין תגי המידה של מ ו ע ?
ראובן: אני לא מבין ?
לוי: האם יתכן קיומה של משוואה כמו זו 77'מ = 12'ע משוואה כזו ראויה לשם "משוואה תגית" והיא מייצגת אירוע שוויוני בין תגי המידה של מ ו ע.

ראובן: אתה צריך לפרט את "האירוע השוויוני הזה "
לוי: אם נחלק את מ ל 77 חלקים שווים, ונשים חלק יחיד בצד, (סימון החלק 77'מ)
ואם נחלק את ע ל 12 חלקים שווים ונשים חלק יחיד בצד , (סימון החלק 12'ע)
ואם נגלה להפתעתנו כי יש שוויון מושלם באורך החלקים ששמנו בצד , אז התקיים "אירוע שוויוני" בין תגי המידה של מ ו ע .אירוע שוויוני זה מיוצג על ידי המשוואה התגית 77'מ = 12'ע

שמעון: אתה מדבר על גילוי מידת אורך זעירה מסוימת,שהיא "מידת מקור משותפת" לאורכי מ ו ע
לוי: כן, האירוע השוויוני מגלה מידת אורך זעירה מסוימת ,והיא מופיעה בשני החלקים ששמנו בצד.
אם מידת אורך זו נצברת על עצמה 77 פעמים נקבל את אורך מ ...לכן מ = 77 (מידת מקור משותפת)
ואם מידת אורך זו נצברת על עצמה 12 פעמים נקבל את אורך ע ...לכן ע = 12 (מידת מקור משותפת)

ראובן :הכל דמיון כמו בחלום- אירוע שוויוני הוא חלומי,משוואה תגית היא חלומית ,מידת מקור משותפת גם היא חלומית , ואילו המשוואה מ = 77 (מידת מקור משותפת)היא משוואה בינתחומית, המקשרת בין התחום החלומי לתחום הממשי.(מ היא מידת אורך ממשית,ואילו " מידת מקור משותפת" היא חלומית)
(מעתה, ממממ - קיצור של מידת מקור משותפת)

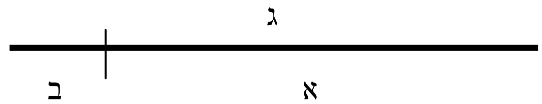
לוי: ובכן שאלתי שאלה רעיונית, תיאורטית, דמיונית , חלומית ....וגם שאלה כזו אפשר לשאול.
האם יתכן "אירוע שוויוני " בין תגי המידה של מ ו ע ?
שמעון: שאלה קשה שאלת , האם לך - יש תשובה ?

לוי : לדעתי אירוע שוויוני לא יתרחש בין תגי המידה של מ ו ע .
שמעון: זה סתם ניחוש , ובמה הוא עדיף על הניחוש המנוגד –שכן יתרחש אירוע שוויוני בין תגי המידה.
ראובן: הכל דמיון כמו בחלום , אירוע שוויוני הוא חלומי, משוואה תגית היא חלומית, ממממ גם היא חלומית , ונוסף לכל אלה יש גם משוואה בינתחומית המקשרת בין החלום למציאות.
שמעון: בסדר בסדר, כבר ברור לכולנו שאנו עוסקים בתחום דמיוני , תיאורטי , חלומי , ולא תחום ממשי.

ראובן: בעיסוק הזה יש מקום לניחושים, ולוי כבר הציג זאת את הניחוש שלו..
שמעון: עדיף ללכת בעקבות הידיעה הטבעית , במקום ניחושים.
ראובן: ומה אומרת ידיעתך הטבעית ?
שמעון: אני יודע שאחת מהאפשרויות חייבת להתרחש,(כן/לא - אירוע שוויוני) אבל לא אדע מי תתרחש.
ראובן: הצגת גם ידיעה וגם אי ידיעה.
שמעון: היות ואני יודע (שאיני יודע איזה מהאפשרויות תתרחש) , הצגתי גם כאן ידיעה טבעית.
ראובן: פלא פלאים , אתה גם יודע וגם לא יודע.
לוי: הידיעה היא פלאית , ואין ספק שאנו יודעים כי אנו יודעים
שמעון: ואין ספק שאנו גם יודעים - כי אנו לא יודעים.
ראובן: אולי אתה סומך יותר מדי על ידיעתך הטבעית ?
שמעון: ועל מה נסמוך אם לא על ידיעתנו הטבעית ? הרי אפשר לבסס מדע על ידיעה טבעית.
ראובן: אני ממש מתפעל...

מנפלאות הידיעה הטבעית
אנו יודעים שאנו יודעים
ולפעמים - אנו יודעים שאנו לא יודעים.

לוי: נדמה לי שהגענו לכלל חשוב הנוגע "לצירוף מידות אורך שרירותי" , כמו לדוגמה אורך מקל של מטאטא ואורך עיפרון,או סתם קו כמו בציור (בעל מידת אורך משלו, ג) , שחולק באופן שרירותי לשני חלקים לא שווים. א , ב . "צירוף מידות שרירותי" כזה , יכונה בקיצור צמ"שר.



ראובן: ומהו הכלל החשוב שחל על "צירוף מידות שרירותי" ?
לוי: הנה , זה הכלל

צמ"שר חייב להיות או מסוג (יש) או מסוג (אין) – ואין לנו כל אפשרות לדעת מאיזה סוג הוא .

ראובן: צריך לפרט מהו צמ"שר מסוג (יש) ומהו צמ"שר מסוג (אין)
שמעון: בצמ"שר מסוג (יש) יש אירוע שוויוני , יש משוואה תגית , יש ממממ , ויש משוואה בינתחומית.
בצמ"שר מסוג (אין) אין אירוע שוויוני, אין משוואה תגית, אין ממממ, ואין משוואה בינתחומית.
ראובן: כל הנתונים שהצגת שייכים לתחום החלומי, כלל צמ"שר שייך לתחום החלומי ..
שמעון : אתה צודק, כל הנתונים שייכים לתחום החלומי, ורק אורך א ואורך ב שייכים לתחום הממשי.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: ובכן מה הטעם בכל הדיון הזה ? הרי כל ידיעתנו מצטמצמת לאורך הממשי של א ו ב
שמעון: ראובן צודק ? התחום החלומי אולי יפה ומרתק , אבל אין טעם לדון בו.
לוי: אולי יופיע טעם בהמשך ? אולי ? בכל אופן אני מציע להמשיך ולפתח את הנושא.
ראובן: אתה עקשן אני יודע.
שמעון: לפני שנצלול אל תוך התחום החלומי, נראה מה יש לנו עוד בתחום הממשי
ראובן : מה יש כבר בתחום הממשי ? אורך א ואורך ב , וזה הכל.
שמעון: יש משוואות הנובעות ממדידה..
לוי: משוואות הנובעות ממדידה ? ואיך נשיג את המשוואות האלה ?
שמעון: יש לי סרגל המבוסס על צבירת אורך מוחלט זעיר ושמו מילימטר (בקיצור מ"מ)
האורך המוחלט הזה מופיע כעובי של כרטיס אשראי.
האורך המוחלט הזה (שהוא גלוי לחושים) ישמש כמידת מקור משותפת ממשית. (מממ ממשית)
בעזרת סרגל זה אמדוד את אורך א ואורך ב , ואקבל משוואות חד תחומיות ,מהתחום הממשי..
הנה הן המשוואות:

א = כ 82 מ"מ ב= כ 19 מ"מ

לוי: מה עושה האות כ לפני המספרים במשוואות ?
שמעון: מדידת אורך - א - בעזרת הסרגל נתנה תוצאה של "פחות או יותר" 82 מ"מ
מדידת אורך – ב - בעזרת הסרגל נתנה תוצאה של "פחות או יותר" 19 מ"מ
הקיצור של "פחות או יותר" הוא האות כ , ולכן היא מופיעה לפני המספר .

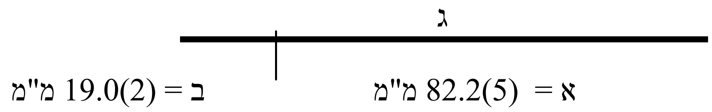
ראובן: סימן השוויון במשוואה = מעיד על שוויון מושלם. האין מדידה מושלמת שתיתן תוצאה מושלמת
כמו לדוגמה ..... א = בדיוק 82.35 מ"מ ב = בדיוק 18.77 מ"מ ?
שמעון: אין מדידה מושלמת, אבל תמיד אפשר לשפר את המדידה ולקבל תוצאה יותר מדויקת.
לתוצאת המדידה תמיד יש לצרף את האות כ - ואם תרצה אפשר להשתמש בשיטה של
" קטן מ" "וגדול מ" לדוגמה......... אורך א גדול מ 82.2 מ"מ וקטן מ 82.5 מ"מ .

ראובן: בשיטת "קטן מ" "גדול מ" מביעים תחום מספרי צר , ולא מספר.
שמעון: נכון, התחום מוצג על ידי שני מספרי אורך, כאשר האורך האמיתי (והבלתי ידוע) אמור להיות
איפה שהוא בתוך התחום הזה. ככל שהמדידה מדויקת יותר, כך התחום המוצג צר יותר.
ראובן: שיטת "קטן מ" "וגדול מ" עדיפה על שיטת "פחות או יותר" המיוצגת על ידי האות כ
שמעון: זוהי שיטה מקובלת בחיים המעשיים, ונתוני ההזמנה של חריטת גליל מתכת, יכללו תמיד תחום.
לדוגמה : קוטר הגליל המוזמן יהיה 48 מ"מ (פלוס מינוס 0.03 מ"מ)

לוי: אם תוצאה של מדידה תוצג תמיד בעזרת שני מספרים המביעים תחום צר , אפשר לייעל את אופן
ההצגה הזה ברישום מקוצר המביע תחום , והוא נראה כך לדוגמה ...... אורך א = 82.2(5)
ראובן: כלומר ?
לוי: זה רישום מקוצר של שני מספרים. המספר הראשון הוא 82.2 , וכאשר נחליף את הספרה האחרונה
של המספר הראשון, בספרה שנמצאת בתוך הסוגריים , נקבל את המספר השני והוא 82.5
שמעון: אכן זהו רישום מקוצר של תחום מספרי, ורק חסר לו שם לרישום המקוצר הזה.
לוי: מספרפר זה שם לא רע , יש לו צליל של שני מספרים.
שמעון: מספרפר , יפה , שם קולע
ראובן: מדדתי את גובהי והמספרפר 174(5) ס"מ אמור להביע את תוצאת המדידה.
לוי: רמת הדיוק לא מספקת, רוחב התחום הוא 1 ס"מ
ראובן: קשה למדוד במדויק, אבל ניסיתי והגעתי למספרפר 174.3(8) ס"מ , המציג תחום של 0.5 ס"מ
שמעון: אתה בטוח שהגובה האמיתי שלך נמצא בין 174.3 ס"מ ל 174.8 ס"מ ?
ראובן: כן , זוהי תוצאת המדידה שלי.

שמעון: המשוואה.... גובהו של ראובן = 174.3(8) ס"מ היא משוואה מעשית הנובעת ממדידה ,
כאשר סימן השוויון מתייחס לגובה האמיתי והבלתי ידוע, הנמצא בין 174.3 ס"מ ל 174.8 ס"מ
לוי: אני מחפש את המדידה המושלמת המסוגלת לגלות אורך אמיתי, אולי היא קיימת בתחום החלומי ?

שמעון: עד שנמצא את המדידה המושלמת, נחזור אל אורך ג ונמדוד את אורכי א ב , במדויק ככל האפשר,ואת תוצאות המדידה נרשום עם משוואות מעשיות שמופיע בהם מספרפר ולא מספר.
ראובן: יפה, מושג המספרפר כבר בשימוש.



לוי: ומה עם אורך ג ?
שמעון: לפי מדידות אורכי א ו ב הוא נמצא בין 101.2מ"מ ל 101.7 מ"מ ,כלומר ג = 101.2(7)
ראובן: ואם תמדוד את אורך ג באופן ישיר ?
שמעון: אני מקווה שאקבל תוצאה הנמצאת בתחום הזה , כמו ג = 101.3(6)מ"מ
לוי: אם המדידות שלך מדויקות ומסוגלות להבחין בעשיריות של מילימטרים, תקוותך תתגשם.

שמעון: בשטח המעשי נדרשות לפעמים מדידות מדויקות המסוגלות להבחין גם במאיות של מ"מ
ראובן: ובאלפית של מ"מ , יש מדידות המסוגלות להבחין?
שמעון: זה כבר הגבול, כיוון ששינויי טמפרטורה משנים את אורך הגופים הנמדדים.

לוי: יפה , ועכשיו נעבור מהתחום הממשי אל התחום החלומי.
הקו האנכי מחלק את אורך ג לשני חלקים לא שווים , ואלה יוצרים צמ"שר
אם זהו צמ"שר סוג (יש) ,אז יש לו משוואה תגית (נניח 128'א = 40'ב) ולכן יש לו מממ .
לצמ"שר סוג (יש) כזה , נתאים משוואות בינתחומיות מושלמות, שמופיע בהם מספר ולא מספרפר

ראובן: מה זה מממ-ח ?
לוי: קיצור של מידת מקור משותפת חלומית, כאשר מממ-מ הוא קיצור של מידת מקור משותפת ממשית.
שמעון : במשוואה מעשית יש מממ-מ הנתפסת בחושים, ושמה המוסכם מ"מ
ואילו במשוואה בינתחומית יש מממ-ח שאינה נתפסת בחושים.
בתחום החלומי הדיוק הוא מושלם , ובתחום המעשי אין דיוק מושלם.
פרט לזה, יש דמיון מלא בין התחומים.

לוי: לאחר שאנו יודעים כי יש מממ-ח לאורך א ולאורך ב, אפשר למדוד את אורך א על פי אורך ב
ראובן: מה פירוש למדוד את אורך א על פי אורך ב ?
לוי: אורך א יהיה האורך הנמדד, ואורך ב יהיה אמת המידה
ראובן: ואיך תמדוד ?
לוי: בעזרת המספרים המשקפים את אורך א ואת אורך ב.
היות ו 40 נכנס 3.2 פעמים ב 128 , הרי מדידת אורך א על פי אורך ב = 3.2
ראובן: אני לא מבין
לוי: זה כמו שנמדוד אורך של מקל מטאטא על פי אורכו של עיפרון , אם נגלה שאורך העיפרון נכנס 7 פעמים באורך המקל, הרי מדידת אורך המקל על פי אורך העיפרון = 7

ראובן: לפי מה שהסברת , כ 7 "זה" אינו כמו כ 7 "רגיל"
שמעון: 7 זה מצביע על כמות של פעולות בתהליך המדידה המיוחדת , עם אמת המידה הנבחרת.
ראובן: ולכן מכנים אותו בשם "מספר יחס" כדי להבדילו "ממספר רגיל"
שמעון: מספר יחס הוא מספר המביע תוצאה של מדידה מיוחדת. במדידה כזו נתונים מראש המידות "של הנמדד ושל אמת המידה" והם מניבים מספר המבטא את יחסם זה לזה.לכן הוא נקרא "מספר יחס".

לוי: אפשר למדוד את אורך העיפרון בעזרת סרגל, וגם זו תהיה מדידה מיוחדת שתניב מספר יחס
שמעון: אתה צודק, כאן נתונים מראש מידות האורך של העיפרון ושל מידת אורך מוסכמת המופיעה על הסרגל, ושמה המוסכם מילימטר, ובקיצור מ"מ.
אם נמדוד את אורך העיפרון על פי מ"מ , נקבל מספר יחס כמו כ 212
לוי: אפשר למדוד גם את אורך המקל על פי מ"מ , ולקבל מספר יחס כמו כ 1450
ראובן: המספרים האלה (כמספרים רגילים ולא כמספרי יחס) משקפים את אורכי המקל והעיפרון.

לוי: אפשר לבצע מדידה מיוחדת על מספרים ?
שמעון: למה לא , הרי 212 נכנס כ 7 פעמים ב 1450
ראובן: כבר ביצענו מדידה מיוחדת על מספרים ששיקפו את אורך א (128) ואורך ב (40) , וקיבלנו את מספר היחס 3.2
לוי: אני מציע שהרישום המקוצר א//ב יביע מעתה את "מדידת אורך א על פי אורך ב"

א//ב = מספר יחס 3.2

ראובן: עכשיו הכל ברור, כאשר שואלים "מהו מספר היחס בין גובהו של לוי לגובהו של שמעון ? מבצעים את התהליך הבא:
מודדים את היחס בין גובהו של לוי לגובה של מילימטר, ומקבלים נניח מספר יחס כ 1737
לאחר מכן מודדים את היחס בין גובהו של שמעון לגובה של מילימטר,ומקבלים מספר יחס כ 1687
לאחר מכן מודדים את היחס בין המספרים כ 1737 ו כ 1687 ומקבלים מספרפר יחס 1.0296(7)
לכן, מדידת גובה לוי "על פי" אמת מידה שהיא גובה שמעון היא המספרפר 1.0296(7)
לוי: כדאי לרשום " על פי" במלה אחת "עלפי"

שמעון: פעולת "עלפי" המניבה מספר יחס ,היא פעולת חשבון מעניינת.
לוי : עכשיו אני שם לב לשלוש פעולות חשבון עם "הבדלים דקים" , וכדאי להדגישם.
פעולת "חלקי" שנסמנה כך ///
פעולת "הקטן" שנסמנה כך /
ופעולת "עלפי" שכבר סומנה כך // והיא זו שמניבה את מספר היחס.

וזה פירוט הפעולות.
פעולת חלקי: חלוקת 16 ל 4 חלקים שווים חייבת להניב את התוצאה 4 + 4 + 4 + 4
לכן 16 חלקי 4 ירשם בקיצור 16///4 והתוצאה היא 4+4+4+4
ואילו חלוקת 16 ל 4 חלקים שווים ושימוש בחלק יחיד מחלוקה זו, תרשם כ 16 בהקטן 4
לכן 16 בהקטן 4 ירשם בקיצור 16/ 4 והתוצאה היא 4
ואילו מדידת 16 עלפי 4 מניבה את התוצאה שאמת המידה 4 נכנסת 4 פעמים ב 16
לכן 16 עלפי 4 ירשם בקיצור 16//4 והתוצאה היא מספר היחס 4

שמעון: טוב ששמת לב לדקויות, הרי מספר יחס לא מושג בפעולת "חלקי", ולא בפעולת "הקטן" בפעולות אלו התוצאה היא תמיד חלק או חלקים מהמספר , ואילו בפעולת עלפי התוצאה אומרת " כמה פעמים נכנסת אמת המידה בנמדד" .
ראובן: מה פתאום ננעלנו על המושג - מספר יחס ?

לוי: בצמ"שר מסוג (יש) יש מספרים משקפים לאורכי א ו ב ,ולכן ניתן להשיג את מספר היחס א//ב
ראובן : אתה הנחת שזהו צמ"שר מסוג (יש) , ואם נניח שזהו צמ"שר מסוג (אין) מה יקרה ?

א = 128 מממ-ח ב = 40 מממ-ח

שמעון : במקרה זה נישאר רק שלוש מידות אורך מוחלטות ,א ב ג עם אפשרות לגישה מעשית בלבד, ואת הגישה הזו כבר ממשנו במדידת סרגל.

ראובן: ההנחה שהקטעים א ב מהווים צמ"שר מסוג (יש) היא הנחה נוחה ופשוטה, ואילו ההנחה שהקטעים א ב מהווים צמ"שר מסוג (אין) היא בעייתית ומורכבת.
כאשר נניח שזהו צמ"שר מסוג (אין) קבענו בכך כי לא מתקיים אירוע שוויוני בין תגי המידה של א ב ולכן אין משוואה תגית ואין מממ-ח , וכמובן אין משוואות בינתחומיות.
שמעון: נכון , זהו בדיוק צמ"שר מסוג (אין)

ראובן: אם אין משוואות בינתחומיות ,אז אין מספרים משקפים לאורכי א ב (כמו 128 ו 40)
שמעון: מה אתה מחדש ? , הרי זהו צמ"שר מסוג (אין)
ראובן: החידוש הוא בזה שפתאום המתמטיקה נהפכת לחסרת אונים מול קו פשוט המחולק לשני חלקים לא שווים , והיא לא יכולה לשקף את אורכם של החלקים האלה במספרים.
לוי : זה באמת מביך, – מה ההסבר לכך ?
שמעון : ההסבר הוא פשוט , לכל המספרים יש מממ והיא 1 , ואם יש אורכי קווים ללא מממ-ח כמו בצמ"שר מסוג (אין) - אז אין שיקוף ל 1 , ואי אפשר לשקף את אורכם במספרים.

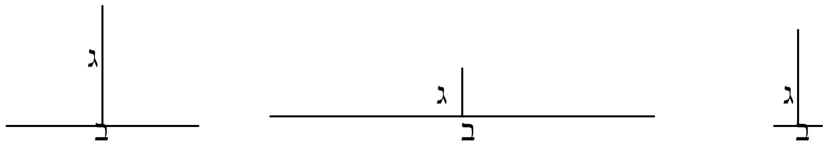
לוי: וזה עוד לא הכל , לצמ"שר סוג (אין) , גם אין מספר יחס , פשוט לא קיים מספר יחס כזה.
ראובן: איך יתקבל מספר יחס ? הרי הוא אמור לנבוע ממספרים משקפים לאורכי א ב , ואין כאלה.
שמעון: בצמ"שר סוג (אין) לעולם לא נוכל להגיד " פי כמה גדול אורך א מאורך ב "
לוי: אכן צמ"שר סוג (אין) יצר מבוכה מתמטית גדולה.

ראובן: זו מבוכה תיאורטית, הכל הוא חלום , הרי לא הצלחנו לזהות את סוג הצמ"שר הזה.
שמעון: נכון, פעם הנחנו שזה צמ"שר מסוג (יש) , והגענו למשוואות בין תחומיות ,ופעם הנחנו שזה צמ"שר מסוג (אין) ונשארנו רק עם האורכים המוחלטים של א ו ב
ראובן: זה מה שאני טוען כל הזמן, אנו עוסקים בתחום החלומי חסר הטעם, ואת העיקר הזנחנו.
שמעון: ומהו העיקר ?
ראובן: צריך למצוא שיטה לזיהוי סוגי צמ"שרים , ולא להניח הנחות.
שמעון: איך אפשר ? הרי זוהי משימה בלתי אפשרית, על פי כלל צמ"שר האומר :.

כל צמ"שר הוא מסוג (יש) , או מסוג (אין) אך לעולם לא נדע איזה סוג הוא

ראובן: כנראה שיש רק דרך אחת "לטפל" בצמ"שרים והיא דרך המדידה המעשית.
לוי: אני לא מתייאש, חייבים למצוא דרך לחדור אל התחום החלומי
ראובן: יש לך איזו הצעה ?
לוי : עד עתה טיפלנו בצירופי מידות שרירותיים שאנו קבענו , כמו אורך מקל ואורך עיפרון, או קו שנחתך באופן סתמי, והגיע הזמן לטפל בצירופי מידות קיימים מעצמם , וניתן לכנותם "טבעיים".
ראובן: איפה הם נמצאים "צירופי מידות טבעיים" ? אולי עליהם לא חל כלל צמ"שר ?
לוי: הגיאומטריה מלאה בצירופי מידות טבעיים (בקיצור – צמ"טבים)
ראובן: תן דוגמה אחת.

לוי: נצבן מרכזי , ממחיש כל צירוף מידות טבעי שניתן להעלות על הדעת.
ראובן: מה זה נצבן מרכזי ? או מה זה סתם נצבן ?
שמעון: נצבן זה שם מוצע לצורה גיאומטרית פשוטה מאוד הכוללת קו אופקי שהוא בסיס הנצבן ויסומן באות ב . במרכז הבסיס ניצב לו קו הגובה של הנצבן, שיסומן באות ג
יש אינסוף צורות של נצבנים ובציור הבא מופיעות שלוש צורות.

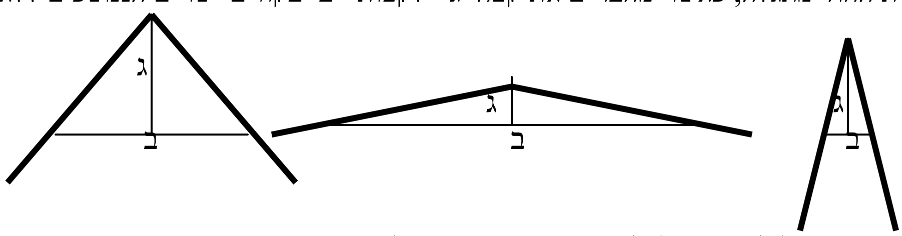


נצבן בעל צורה ייחודית
וצירוף מידות ייחודי ב-ג
המניב מספר יחס ייחודי
הנובע ממדידת ב עלפי ג
ב//ג = כ 0.39

נצבן בעל צורה ייחודית
וצירוף מידות ייחודי ב-ג
המניב מספר יחס ייחודי
הנובע ממדידת ב עלפי ג
ב//ג = כ 6.5

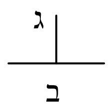
נצבן בעל צורה ייחודית
וצירוף מידות ייחודי ב-ג
המניב מספר יחס ייחודי
הנובע ממדידת ב עלפי ג
ב//ג = 1.42

ראובן: הנצבנים האלה מציגים צירוף מידות שרירותי של ב ו ג
לוי: נכון, עוד מעט יופיעו הנצבנים המציגים צירוף מידות טבעי, אך לפני כן עלי להוסיף כמה פרטים.
ראובן: מה יש עוד ?
לוי: לכל נצבן יש צורה אחרת של זווית חוד , כפי שמראה ציור הבא.
צורת זווית החוד מתגלה, כאשר מחברים את קצה ג לקצות ב בקווים ישרים הנמשכים ללא סוף



ראובן: אתה גם יכול לטעון כי לכל נצבן יש גם שני משולשים ישרי זווית זהים
לוי: נכון מספיק לצייר נצבן טהור, ואנו כבר יודעים כי יש לו זווית חוד ייחודית, ומשולש ישר זווית ייחודי אשר ניצביו הם , מחצית ב ו ג .
ראובן: אתה מציג את צורת הנצבן כצורה בסיסית ופשוטה הקודמת לצורת הזווית ולצורת המשולש.
לוי: צורת קו היא הפשוטה ביותר, ואחריה באים צורת הנצבן, צורת הזווית, וצורת המשולש.

שמעון: אולי לא הרגשתם אבל יש לנו שפת צורות מדעית המשתמשת במספרי יחס. אפשר לזהות נצבנים לפי צורתם,וגם לפי מספר היחס שלהם. אם אצטרך לזהות נצבן אשר ב//ג שלו = 1.4 אדע מה לעשות.
לוי: מה תעשה ?
שמעון: אצייר סתם קו אופקי באורך נבחר 20 מ"מ , ובמרכזו אצייר קו ניצב באורך 14 מ"מ



ציור זה יצר נצבן בעל צורה ייחודית, אשר מספר היחס שלו קרוב ל 1.4 , והוא ב//ג = 1.428
אם אחבר את נקודות הנצבן הזה, אקבל את צורת זווית החוד שלו, ואת צורת משולשיו ישרי הזווית

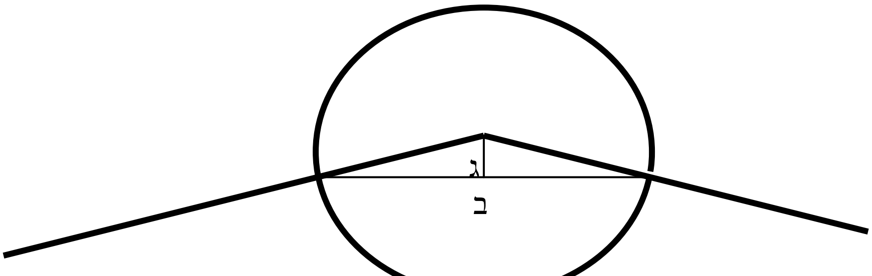
ראובן: מספר היחס ב//ג יוצר צורת נצבן מסוימת. יכולת לצייר את הצורה הזו גם "בגדול"
אם היית מצייר קו אופקי של 20 ס"מ, וקו ניצב במרכזו של 14 ס"מ היית מקבל אותה צורה של נצבן.
שמעון: כך בחרתי, באופן שרירותי , גם את צורת הנצבן וגם את המידה בה הוא יופיע במציאות .

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: וזה הזמן להציג את הנצבן , אשר אינו מאפשר בחירה מלאה.
נצבן כזה מופיע בתוך מעגל, כאשר קצה ג נמצא במרכז המעגל, וקצות ב על קו ההיקף של המעגל,

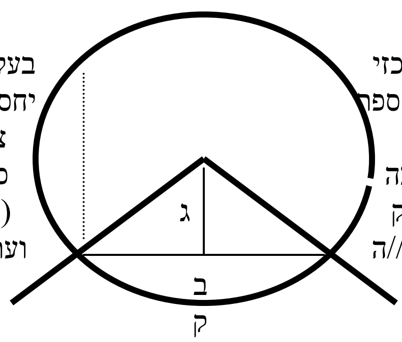
בנצבן כזה אפשר לבחור את אורך ב , אבל אין בחירה לגבי אורך ג .
בנצבן כזה אפשר לבחור את אורך ג , אבל אז אין בחירה לגבי אורך ב
לכן , נצבן כזה מציג צירוף מידות טבעי של ב - ג
נצבן כזה יכונה נצבן מרכזי, כדי להדגיש את הקשר שלו עם מעגל.

הנה לדוגמה נצבן מרכזי בעל צורה ייחודית, צירוף מידות טבעי ייחודי של ב ו ג , זווית חוד ייחודית , משולשים ישרי זווית ייחודיים, ומספר יחס ב//ג ייחודי



ראובן: אני מעריך כי מספר היחס ב//ג של הנצבן המרכזי הזה הוא בסביבות 7
שמעון: הנצבן הזה לא רחוק מהנצבן הקיצוני, שבו, ב = קוטר המעגל, ומספר היחס ב//ג = אינסוף

לוי: והנה עוד נצבן מרכזי בעל צורה ייחודית, צמ"טב ייחודי, זווית חוד ומשולשים יחודיים ,ומספר יחס ייחודי ב//ג = 2 . תוצאה מדויקת זו נובעת מההבחנה כי ב הוא צלע ריבוע החסום במעגל
הבחנה זו מביאה לידיעה כי נצבן זה מניב מספר יחס נוסף, הנובע ממדידת אורך הקשת ק (עליה נשען ב) , עלפי היקף המעגל ה
מספר יחס זה יסומן ק//ה וערכו המדויק 0.25

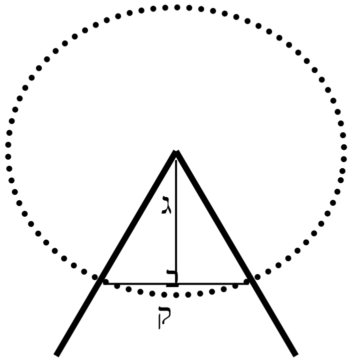


שמעון: אני רואה שיש הבדל מהותי בין נצבן , לנצבן מרכזי המופיע תמיד בתוך מעגל..
נצבן מציג צירוף מידות שרירותי של ב-ג , ויש בו מספר יחס יחיד והוא ב//ג . ואילו נצבן מרכזי מציג צירוף מידות טבעי של ב-ג , ויש לו שני מספרי יחס . מספר יחס נצבני ב//ג ומספר יחס קשתי ק//ה .
תוצאה זו הכרחית, כיוון שנצבן מרכזי מצוייר תמיד בתוך מעגל, ומכאן מספר היחס הקשתי.
בעקבות הבחנה זו יש לי הצעה.
כדי להשיג בקלות את מספר היחס הקשתי של נצבן מרכזי, נחלק את קו ההיקף של המעגל שבתוכו מצוייר הנצבן המרכזי ל 512 קשתונים זהים , ואז אפשר יהיה לספור את כמות הקשתונים שעליהם נשען קו הבסיס ב. מספירה זו ומ 512 יושג מספר היחס הקשתי ק//ה של הנצבן המרכזי האמור.
לוי: מה פתאום 512 ?
שמעון: קל לחלק מעגל ל 2 , 4 , 8 , 16, 32 , 64 , 128, 256, 512, 1024, 2048, וכו' אם נחלק את ההיקף ל2048 קשתונים, כמעט ולא נבחין בהם, לכן חלוקת 512 היא מתאימה לשימוש מעשי.

לוי: הנצבן בעל ק//ה =0.25 ו ב//ג = 2 , אינו צריך את החלוקה שהצעת. גם ללא החלוקה אנו יודעים את מספרי היחס המדויקים, מכיוון שנצבן זה נובע מתמונת ריבוע מושלם החסום בתוך מעגל.
שמעון: אתה צודק, זהו נצבן מיוחד , אבל איך נדע את מספר היחס הקשתי של "סתם נצבן" המצוייר בתוך מעגל ? במקרה זה החלוקה ל 512 היא למעשה סרגל של קו עגול, שאמת המידה שלו היא קשתון.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

הנה לדוגמה " סתם נצבן מרכזי " והספירה מגלה כי בקשת ק מופיעים כ 70 קשתונים
לכן מספר היחס הקשתי של הנצבן המרכזי הזה הוא... ק//ה = כ 70//512 = 0.13671
ראובן: טוב שהוספת את האות כ , הרי זו תוצאה של מדידה מעשית עם סרגל של קו עגול.

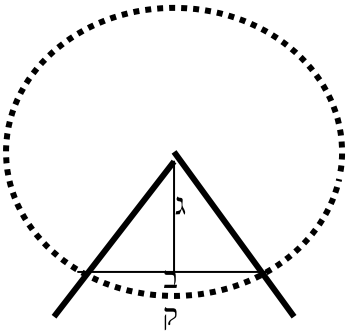


שמעון: ואת מספר היחס ב//ג נשיג עם סרגל של קו ישר
ב = כ 30 מ"מ ג = כ 32 מ"מ לכן ב//ג = כ 0.93

לוי: אנחנו נדון בנצבנים רעיוניים ולא בנצבנים מעשיים
הכרנו כבר נצבן רעיוני שנבע מתמונה דמיונית של מעגל מושלם החוסם ריבוע מושלם, ואז קבענו בוודאות וללא מדידות את מספרי היחס שלו. והשאלה היא "איפה הנצבן הרעיוני הבא" ?

ראובן: מעגל מושלם החוסם משושה משוכלל מושלם , מניב נצבן רעיוני אשר סוג צירוף המידות הטבעי שלו ב-ג אינו ידוע . הנצבן הרעיוני הזה מופיע בציור, במרכיב יחיד של המשושה המשוכלל, והוא משולש משוכלל שווה צלעות. . כאן ידוע במדויק כי בקשת ק מופיעים 85.3333 קשתונים, ולכן מספר היחס הקשתי ק//ה הוא 0.16666 אך לעומת זאת היחס ב//ג מציג שני נעלמים

ב//ג = שני נעלמים
סוג צירוף המידות ב-ג לא ידוע
הערך המספרי או המספרפרי של
של היחס ב//ג אינו ידוע



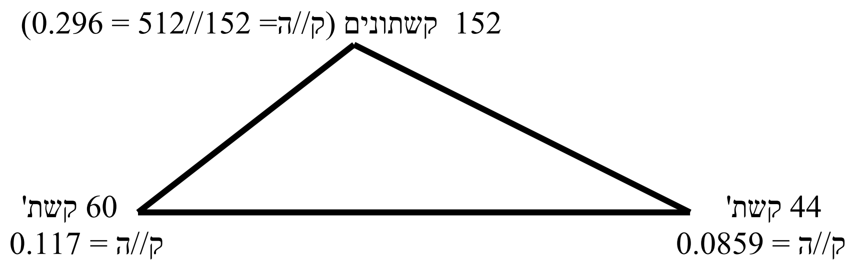
ק//ה = 0.166

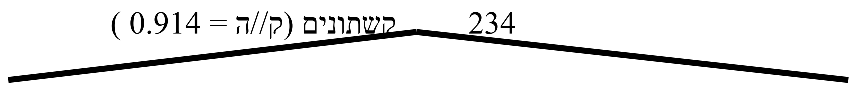
85.33 קשתונים בקשת ק

לוי: זהו בדיוק נצבן רעיוני, ואנו ננסה להשיג את שני הנעלמים שלו, ללא מדידות עם סרגלים.
שמעון: ואני דיברתי על נצבנים מעשיים , ועל סרגלים של קו עגול וקו ישר.
לוי: מה יש בנצבנים מעשיים שראוי לעסוק בהם ?
שמעון: זווית היא מושג מעשי מאוד אצל מודדי קרקעות, והם מודדים זוויות לפי כמות הקשתונים המופיעה בין קרני הזווית. ראובן הציג את מספר היחס הקשתי 0.1666 , שפירושו 85.333 קשתונים המופיעים בקשת ק , אבל זוהי בדיוק כמות הקשתונים המופיעה בין קרני הזווית של הנצבן הזה.

לוי: אז אפשר לתאר זווית על פי כמות הקשתונים בין קרניה , ולהגיד זווית קשתונית 70
שמעון: בהחלט, אך בל נשכח כי זהו תיאור של זווית מרכזית שקודקודה במרכז מעגל, אשר היקפו מחולק ל 512 קשתונים זווית קשתונית 70 מובנת בהקשר עם מעגל שהיקפו מחולק ל 512 קשתונים
לכן, ליד כל מספר קשתוני, אפשר לרשום את מספר היחס הנובע מ -- מספר קשתוני// 512
ראובן: ומה עם סתם זווית המצויירת ללא מעגל ?

שמעון: אפשר למדוד אותה באמצעות "שקף קשתוני 512"
לוי: מה זה "שקף קשתוני" 512 ?
שמעון: "שקף קשתוני 512 " זהו שקף קשיח שעליו מצוייר קו היקף מעגלי, המחולק ל 512 קשתונים זהים, ומודגשת בו נקודת המרכז. כאשר מניחים את שקף קשתוני 512 על זווית מצויירת, כך שקודקוד הזווית מתלכד עם נקודת המרכז , אפשר לספור כמה קשתונים מופיעים בין קרני הזווית האמורה.
בעזרת שקף קשתוני 512 ניתן להגיע לתוצאות הבאות

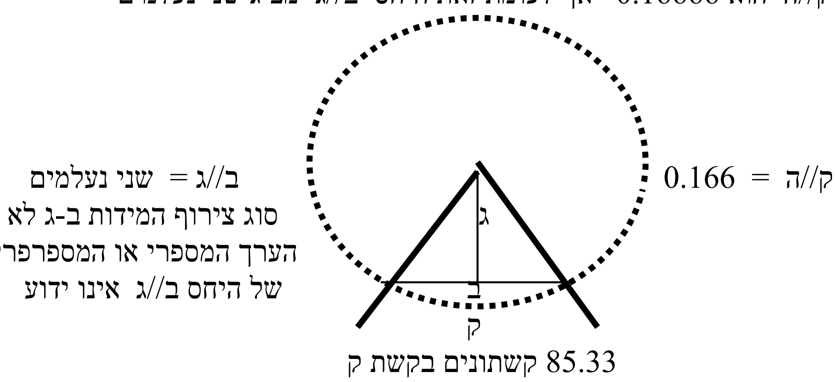




מדידת זוויות מופיעה ממש במדידת קרקעות, באסטרונומיה, בתעשיה , ויש מכשירים משוכללים המודדים זוויות , וכל הזוויות הן תמיד מרכזיות ואינן מנותקות מהמעגל.
ראובן: המדידות של זוויות המשולש מאששות את הכלל הידוע לכולנו

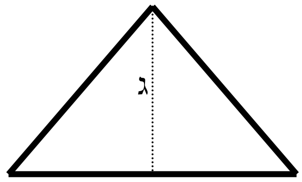
סכום הקשתונים של זוויות משולש הוא 256 סכום מספרי היחס ק//ה של זוויות המשולש הוא 0.5

לוי: ואני מבקש לחזור אל הנצבן הרעיוני שראובן הציג, ולנסות לקבוע את סוגו.
הנה, כך הציג ראובן את הנצבן הרעיוני.
ראובן: מעגל מושלם החוסם משושה משוכלל מושלם , מניב נצבן רעיוני אשר סוג צירוף המידות הטבעי שלו ב-ג אינו ידוע . הנצבן הרעיוני הזה מופיע בציור, במרכיב יחיד של המשושה המשוכלל, והוא משולש משוכלל שווה צלעות.. כאן ידוע במדויק כי בקשת ק מופיעים 85.3333 קשתונים, ולכן מספר היחס הקשתי ק//ה הוא 0.16666 אך לעומת זאת היחס ב//ג מציג שני נעלמים



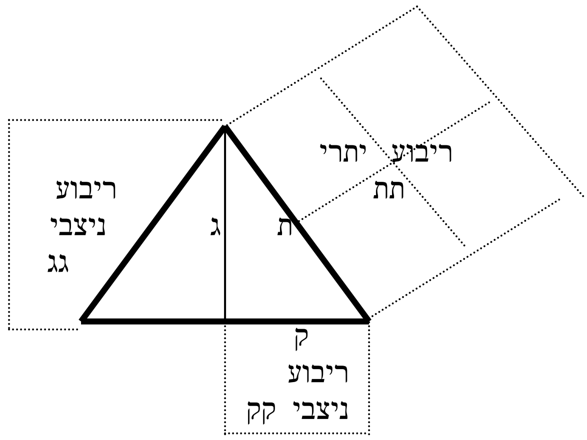
מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: הנצבן שראובן מפנה אותנו אליו, יחד עם הזווית שלו, יכול להיתפס כמשולש משוכלל, אשר הגובה שלו מחלקו לשני משולשים ישרי זווית. אורך הצלע והגובה מהווים צירוף מידות טבעי.



שמעון: הצמ"טב צלע – גובה הוא לגבינו צמ"שר , כי מה אנו יודעים ? שהצלע ארוכה מהגובה וזה הכל. ואם הוא צמ"שר לעולם לא נדע מאיזה סוג הוא.
לוי: אבל זהו צמ"טב עם רעיון תומך, והרעיון התומך הזה הוא משפט פיתגורס שחל על משולשים ישרי זווית. רעיון תומך זה יכול להביא לידיעת מספר היחס צלע//גובה, ואני משער שבעזרתו ניתן יהיה לקבוע גם את סוג הצמ"טב צלע – גובה.
ראובן: מה אתה מציע לעשות ?
לוי: נבחר את המשולש הימני, ונסמן אותו כדלהלן..

נסמן אורך יתר (ת) ושטח הריבוע היתרי (תת) ,
נסמן אורך ניצב גדול (ג) ושטח הריבוע הניצבי הגדול (גג)
נסמן אורך ניצב קטן (ק) ושטח ריבוע ניצבי קטן (קק).
לאחר הסימונים האלה אפשר להציג את הרעיון התומך בקיצור נמרץ קק + גג = תת

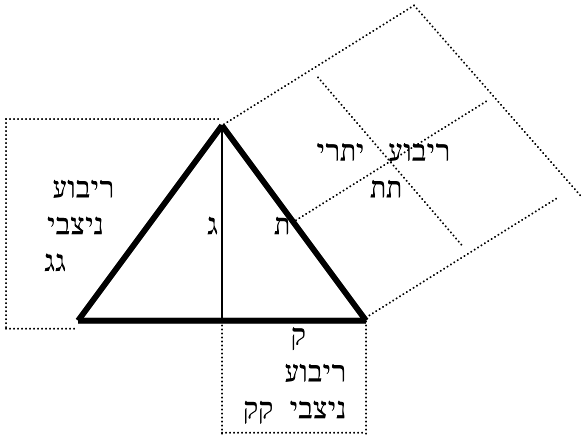


ראובן : זה משפט פיתגורס ... שטח הריבוע היתרי = לסכום השטחים של הריבועים הניצביים
לוי: נכון , משפט פיתגורס הוא הרעיון התומך, והבעתי אותו בעזרת הסימונים תת = קק + גג

שמעון: עכשיו כבר יש לנו "צירוף מידות טבעי של שטחים" כמו תת-גג
והוא יצטרף אל "צירוף מידות טבעי של אורכים או קווים " כמו ת-ג
לוי: הצמ"טבים השטחיים תת-גג קק-גג , והצמ"טבים הקוויים ת-ג ק-ג סוגם אינו ידוע
ואילו הצמ"טב השטחי תת-קק , והצמ"טב הקווי ת-ק סוגם ידוע והוא (יש)
שמעון: נכון , קק מהווה מידת מקור משותפת שטחית, והיא משובצת 4 פעמים ב תת
ראובן: ק מהווה מידת מקור משותפת קווית, והיא מופיעה 2 פעמים ב ת

לוי: התעלומה מתמקדת בצמ"טבים שסוגם אינו ידוע, ומשפט פיתגורס אמור לפתור את התעלומה.
ראובן: זה מעניין, תאר את הפתרון בפירוט.
לוי: ציירתי בהתחלה את הריבוע הניצבי הקטן, ששטחו קק נתפס מעתה כממם שטחית
והיות שידעתי שאורך היתר כפול מאורך הניצב הקטן,ציירתי את הריבוע הניצבי היתרי, עם 4 קק

ראובן: ומה הלאה ? מה עם הריבוע הניצבי הגדול ?
לוי: לפי משפט פיתגורס ידוע לנו ששטחו של הריבוע הניצבי הגדול = 3 קק
ראובן: נכון גג = תת מינוס קק
לוי: וכאן יש תעלומה – ידוע לנו ששטח הריבוע הניצבי הגדול גג = 3 קק, אבל גם ידוע לנו שאי אפשר לשבץ 3 ריבועי קק במבנה של ריבוע.



ראובן: לשם מה דרוש לך השיבוץ הזה ?
לוי: אם נצליח לשבץ את הריבוע הניצבי הגדול כמו שמשובץ הריבוע היתרי, נוכל לקבוע שהיתר והגובה מהווים צמ"טב מסוג (יש)
ראובן: אבל אי אפשר לשבץ 3 ריבועים במבנה של ריבוע גדול
לוי: זאת התעלומה, וחייבים לפתור אותה, הרי אנו יודעים ש גג = 3 קק
ראובן: אז מה עושים ? יש לך רעיון ?
לוי: אני הולך להקטין את מידת המקור המשותפת השטחית קק

ראובן: איך ? מה פירושה של הקטנה זו ?
לוי: עליך לדמות שהריבוע הניצבי הקטן משובץ במלואו ב 100 ריבועים זעירים (ריבו"זים)
ראובן: אין כל בעיה בדימוי הזה. אני מביט בשטח הריבועי קק , ואני רואה בדמיוני שמשובצים בו 100 ריבו"זים, ואפילו אני מבחין בכך , שלאורך הניצב ק מופיע טור של 10 ריבו"זים.
לוי: בשיבוץ כזה יצרנו מממ שטחית קטנה פי 100 מ קק , ומממ קווית קטנה פי 10 מ ק.
מממ קווית זו מופיעה בצלע הריבו"ז ותסומן נ , ומממ שטחית זו מופיעה בשטח הריבו"ז, ותסומן ננ

ראובן: אנו פועלים בתחום החלומי , ואפשר לרשום משוואות מושלמות עם הריבו"ז האמור..
אורך ק = 10 נ שטח קק = 100 ננ
אורך ת = 20 נ שטח תת = 400 ננ
אורך ג = ?????? שטח גג = 300 ננ

לוי: ומה שנשאר עתה הוא לשבץ 300 ריבו"זים במבנה של ריבוע גדול, ואז לספור " כמה ריבו"זים מסודרים בטור לאורך צלע הריבוע" ספירה כזו מביעה את אורך ג על פי כמויות של נ, והיא תניב את המשוואה החסרה ...... אורך ג = מספר של נ.
לאחר שנשיג את המשוואה החסרה, נדע כי הצמ"טבים ק-ג ו ת-ג הם מסוג (יש) .

ראובן: מדהים , ממש מדהים , משפט פיתגורס הוא באמת רעיון תומך המאפשר גישה אל התחום החלומי, ובעזרתו ניתן לזהות סוג של צמ"טב..
שמעון: אתה מבינים מה אתם עושים ?
לוי: אני מנסה להביע את אורך ג על פי כמויות של נ,לשם זיהוי הצמ"טבים ק-ג ת-ג כסוג (יש)

שמעון: זו מדידה, מדידה , אתם פועלים בתוך התחום החלומי , ומבצעים מדידה ללא שימוש בסרגל.
ראובן: מה פתאום?
שמעון: אמת המידה היא ריבו"ז , וכמו שבסרגל סופרים (ממש) מילימטרים המסודרים בטור אחד אחרי השני, כך אתם סופרים (בדמיון) כמויות של אורכי נ של ריבו"זים המסודרים בטור אחד אחרי השני.

לוי : לא שמתי לב לדמיון בין מדידה ממשית לתהליך הדמיוני של שיבוץ ריבו"זים וספירתם..
ראובן: אני מסכים עם שמעון , שיבוץ ריבו"זים במבנה של ריבוע גדול, וספירת טור הריבועים לאורך הצלע - זו בפירוש מדידת אורך הצלע על פי כמויות מצטברות של אורכי נ.

שמעון: התהליך החלומי שלכם דומה לחלוטין למדידה מעשית, ואני מציע לכנותו "מדידה פיתגורית"
לוי: מדידה פיתגורית מול מדידה סרגלית ?
שמעון: בדיוק כך, מדידה סרגלית היא ממשית ונעשית בעזרת סרגל ואמת מידה של מ"מ , ומדידה פיתגורית נעשית בדמיון עם שיבוץ ריבו"זים במבנה ריבועי, וספירת טור הריבו"זים המסודר לאורך צלע.

ראובן: מדידה פיתגורית מבוססת על משפט פיתגורס
לוי: בדיוק כך, זה הרעיון התומך לצמ"טב המופיע במשולש שווה צלעות
שמעון: אבל היה גם נתון תומך, והוא ת = 2ק
ראובן: אכן, בלי הנתון התומך הזה, אי אפשר היה לבצע מדידה פיתגורית.

לוי: ובכן , עוד לא השלמנו את המדידה הפיתגורית, מכיוון שעוד לא שיבצנו 300 ריבו"זים במבנה של ריבוע גדול, ועוד לא ספרנו כמה מהם מסודרים בטור לאורך צלעו.
ראובן: אני מפעיל את הדמיון ומשתדל לסדר 300 ריבו"זים במבנה של ריבוע, ולא מצליח.
שמעון: בוודאי שאינך מצליח, הרי המספר 300 לא נמצא בטור המספרים הבא , המציג כמויות כאלה של ריבו"זים , - שרק מהם - ניתן ליצור ריבועים גדולים.

4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169 196 225 256
289 (300 לא נמצא בטור זה) 324 361 400 441 וכן הלאה

ראובן : מעניין , 289 ריבו"זים ניתנים לשיבוץ ריבועי ,ולאורך צלעו יופיע טור של 17 ריבו"זים
324 ריבו"זים ניתנים לשיבוץ ריבועי , ולאורך צלעו יופיע טור של 18 ריבו"זים,
ואילו 300 ריבו"זים , כלל לא ניתנים לשיבוץ ריבועי.

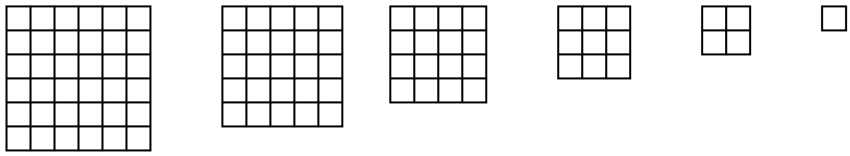
לוי: מה הולך פה ? תת גדול פי 4 מ קק ותמיד ניתן לשבצו, ואילו גג גדול פי 3 ותמיד אי אפשר לשבצו ?
ראובן: כנראה שכך הוא, ולכן המדידה הפיתגורית לא מסוגלת למדוד את אורך ג על פי כמויות נ.
לוי: אם נשבץ את קק ב 49 ריבו"זים, נצליח לשבץ את תת ב 196 ריבו"זים כיוון ששטחו גדול פי 4 ולעומת זאת לא נצליח לשבץ את גג ב 147 ריבו"זים .
שמעון: גם המספר 147 לא מופיע בטור המספרים של שיבוץ ריבועי.

לוי: אכן אכזבה,עכשיו אני יודע שגם בבחירת ריבו"ז זעיר מאוד ,שמליון כמוהו משובצים ב קק ו 4 מליון כמוהו משובצים ב תת ,נגיע למצב המוזר שבו אי אפשר לשבץ 3 מליון ריבו"זים במבנה ריבועי.
ראובן: ובכן מה עוזר הרעיון התומך שהצגת ? הרי אין כל אפשרות לבצע מדידה פיתגורית של אורך ג.
לוי: זה מה שאמרתי , אכן אכזבה.

ראובן: האם אתה בטוח כי המדידה הפיתגורית של אורך ג תמיד תיכשל?
לוי: ככה זה נראה, אף פעם אי אפשר לשבץ את ההפרש (כמות ריבו"זים של תת מינוס קק) במבנה ריבועי , ולכן אי אפשר לספור טור של ריבו"זים לאורך הצלע.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: כדאי לבדוק ביסודיות את כל נושא השיבוצים, ואני מצייר את ההתחלה של השיבוצים האפשריים

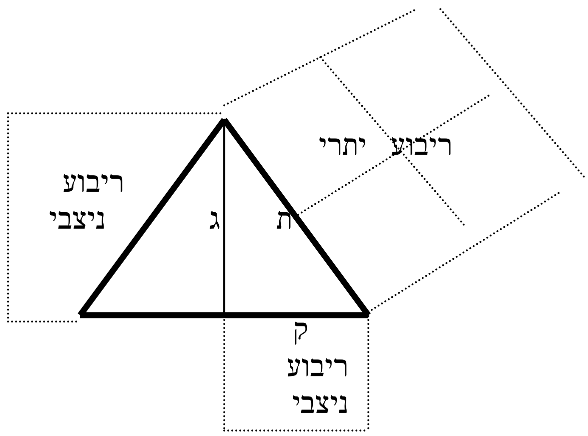


ראובן: שורת הכמויות של ריבו"זים בשיבוץ ריבועי ידועה, והיא מתחילה כך
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169 196 225 256
289 324 361 400 441 484 529 576 625 676 729 784 841 900 961
1024 1089 וכן הלאה

שמעון: חלק מהכמויות הן בכפולות של 4 ----- 1 4 16 64 256 1024 וכן הלאה
בלי חלק זה, שורת הכמויות תראה כך ------ 9 25 36 49 81 100 121 וכן הלאה
ועכשיו,יש עוד חלק הניכר במכפלה של 4 ----- 9 36 144 576 2304 9216 וכן הלאה
בלי חלק זה , שורת הכמויות תראה עכשיו כך ---25 49 81 100 121 144 וכן הלאה
ועכשיו יש עוד חלק הניכר במכפלה של 4 ----- 25 100 400 1600 6400 וכן הלאה
בלי חלק זה , שורת הכמויות תראה כבר כך --- 49 81 121 169 225 וכן הלאה
ועכשיו יש עוד חלק הניכר במכפלה של 4 ---- 49 196 784 3136 12544 וכן הלאה
ראובן: כנראה זה סימן היכר כללי - המכפלה ב 4

שמעון: אני מזהה את "המספרים החלוציים" 1 9 25 49 81 121 169 וכן הלאה
שמהם נובעים כל אפשרויות השיבוץ , על פי מכפלות של 4
לוי: "המספרים החלוציים" הם כל המספרים האי זוגיים בחזקת 2
ראובן: עכשיו אני מבין מדוע תמיד אפשר לשבץ את תת , ותמיד אי אפשר יהיה לשבץ את גג
שמעון : תת גדול פי 4 מ קק , ואילו גג גדול פי 3 מ קק.
ראובן: אז מה יהיה אם נתונים לנו שני ריבועים , (A B) ששטח B גדול פי 3 משטח A ?

שמעון: אם נבחר ריבו"ז המשבץ את שטח A , הוא לא יתאים לשבץ את שטח B
אם נבחר ריבו"ז המשבץ את שטח B , הוא לא יתאים לשבץ את שטח A.
לוי: הרי זה בדיוק המצב שאנו דנים בו , שטח גג גדול פי 3 משטח קק
שמעון: לכן ניתן לקבוע ללא היסוס , כי לצמ"טב השטחי קק-גג אין ממש שטחית ,ובהכרח גם לא תהיה ממש שטחית לצמ"טב תת-גג , ובהכרח לא תהיה ממש קווית לצמ"טבים הקוויים ק-ג ו ת-ג
לוי: מה ? אתה מתרגם את הכישלון בשיבוץ ריבו"זים להצלחה בזהוי סוג של צמ"טבים ?
שמעון: כן, הרי זה ממש מתבקש, " הכישלון בשיבוץ ריבו"זים במבנה ריבועי" מזהה צמ"טב מסוג (אין)



לוי: יפה מאוד, הפכת כישלון להצלחה.

ראובן: ההצלחה בזיהוי סוג צמ"טב הביאה אותנו למצב משונה, שבו חסרה לנו משוואה
קיימת המשוואה ק = 10 נ , קיימת המשוואה ת = 20 נ ומה נרשום עם ג ? ג = מה ?
שמעון: אין מה לרשום , הריבו"ז בעל צלע נ ושטח ננ מתאים ליצירת הריבוע הניצבי הקטן, מתאים ליצירת הריבוע היתרי, אבל הריבו"ז הזה לא מתאים ליצירת הריבוע הניצבי הגדול.
לוי: אז מה נרשום ? ג = מה ? הרי ל ג יש אורך ?
שמעון: אבל לאורך ג ולאורכי ק ו ת אין מידת מקור משותפת, לכן אי אפשר להביע את אורך ג על פי כמות של אורכי נ , ומכאן נובעת ההכרה כי לא קיימת משוואה כזו ג = ???? נ

לוי: חייבים למצוא פתרון שנותן ביטוי כמותי לאורך ג
שמעון: אפשר לרשום שאורך ג גדול מ 17 נ , וקטן מ 18 נ , כאשר נדגיש כי את האורך האמיתי של ג אי אפשר להביע באמצעות מספר של נ
לוי: ובכן מה נרשום ? אורך ק = 10 נ , אורך ת = 20 נ , ואורך ג = 17(8) נ
שמעון: כן, הרי מתבקש להשתמש במספרפר 17(8)

ראובן: במספרפר של מדידה ממשית צריך להיות מספר לא ידוע (בתוך התחום) המביע אורך אמיתי.
שמעון: עכשיו אנו יודעים כי במספרפר של מדידה ממשית, יתכן ויש מספר המביע את האורך האמיתי, ויתכן שאין מספר המסוגל להביע את האורך האמיתי,(תלוי אם לסרגל ולאורך הנמדד יש או אין מממ-ח)

אך במספרפר של מדידה פיתגורית שנכשלה
בטוח
"שאין מספר" בתוך התחום המביע את האורך האמיתי..

ראובן: ובכן עלינו להבדיל בין מספרפר המציג תוצאה של מדידה פיתגורית שנכשלה בשיבוץ ריבועי של ריבו"זים, לבין מספרפר המציג תוצאה של מדידה ממשית .
שמעון: כבר הבדלנו - במספרפר של מדידה ממשית, לא נדע אם יש מספר או יש אינמספר
ואילו במספרפר של מדידה פיתגורית שנכשלה, אנו יודעים בוודאות שיש אינמספר.
לוי: מה זה ? נתת לאינמספר קיום כמו מספר
שמעון: רק מכיוון שלמספר יש "מקום מתמטי" וגם לאינמספר יש "מקום מתמטי".
ראובן: כלומר , המקום המתמטי של אינמספר השייך לאורך ג , הוא גדול מ 17 וקטן מ 18
שמעון: זה ניסוח מובן, כמו מקום מתמטי של מספר.

לוי: צריך להתרגל למושג הזה " מקום מתמטי של אינמספר"
שמעון: כל מספרפר מציג מקום מתמטי (גדול מ וקטן מ) עם תחום צר או רחב
ראובן: המספרפר 17(8) מציג תחום רחב מידי, וכדאי לצמצמו. יש המון "אינמספרים " בין 17 ל 18

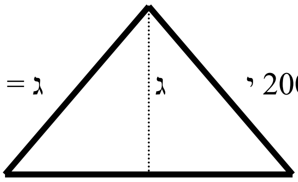
לוי: לשם כך צריך לשפר את המדידה הפיתגורית, ולהשתמש בריבו"ז זעיר מאוד.
שמעון: נקטין עוד את אמת המידה השטחית, ונשבץ בשטח הריבוע הניצבי הקטן מליון ריבו"זים.
ראובן: זה ריבו"ז ממש זעיר, שאורך צלעו (י) קטן פי 100 מאורך הצלע של הריבו"ז שאורך צלעו (נ).

לוי: נדמה 1000000 ריבו"זים כאלה משובצים בריבוע הניצבי הקטן ,ו 1000 מופיעים בטור לאורך ק .
בהמשך נדמה 4000000 ריבו"זים משובצים בריבוע היתרי, ו 2000 מופיעים בטור לאורך ת .
כך קיבלנו את המשוואה ק = 1000 י ואת המשוואה ת = 2000 י ,

עתה נשאר לשבץ בדמיון את ההפרש של 3000000 ריבו"זים בריבוע הניצבי הגדול, ולספור את כמות הריבו"זים המופיעים בטור לאורך ג., ולקבל את המשוואה .....ג = כמות של י
ראובן: אבל אנחנו כבר יודעים ש 3000000 ריבו"זים לא ניתנים לשיבוץ ריבועי
שמעון: בשיבוץ ריבועי של 2999824 ריבו"זים יופיע טור של 1732 ריבו"זים לאורך הצלע.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: ובשיבוץ ריבועי של 3003289 ריבו"זים יופיע טור של 1733 ריבו"זים לאורך הצלע.
מנתונים אלה נובע המקום המתמטי של אינמספר המשקף את אורך ג והוא נמצא בתוך המספרפר הזה , 1732(3) , הנובע ממדידה פיתגורית שנכשלה.

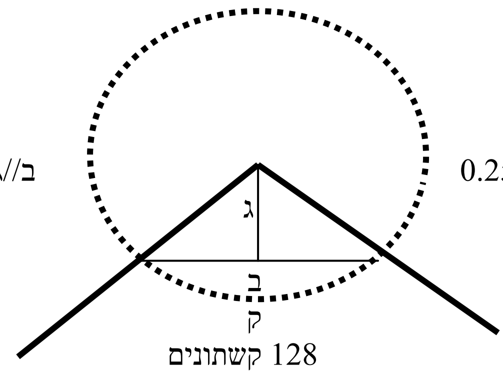


בעקבות השגת הגובה, ניתן לקבוע את מספרפר היחס הנובע ממדידת בסיס המשולש עלפי גובהו
בסיס // גובה = 2000//1732(3)= 1.1540(7)

כך הגענו אל הנצבן הרעיוני המרכזי שראובן הציע לטפל בו, שהוא מציג צירוף מידות טבעי .
שמעון: ובכן, גם קבענו את סוג הצמ"טב ב-ג , וגם את מספרפר היחס שהוא מציג. ב//ג 1.732(3)
לוי: שני הנעלמים הושגו , בעזרת מדידה פיתגורית הנערכת בתחום החלומי..

ראובן : אכן, המדידה הפיתגורית היא מדידה מדויקת מופלאה המתרחשת בתחום החלומי
לוי: שנים רבות אני מכיר את משפט פיתגורס, ולא ידעתי כי קיימת מדידה פיתגורית.
ראובן: ואני לא ידעתי כי זוהי מדידה חלומית מדויקת הנערכת בדמיון.
לוי: ואני לא ידעתי כי מדידה פיתגורית שנכשלה ,מסוגלת לקבוע את סוגו של צמ"טב.

ראובן: הנצבן המפורסם של ק//ה = 0.25 ו ב//ג = 2 , יחד עם הזווית שלו אשר בין קרניה מופיעים 128 קשתונים, , יכול להיתפס כמשולש ישר זווית ושווה ניצבים. גם על משולש זה ניתן להפעיל מדידה פיתגורית, שתניב שני הישגים. אנו נגלה כי היתר והניצב מהווים צמ"טב מסוג (אין) , ומדידת היתר עלפי הניצב תניב את מספרפר היחס 1.41421(2) , שבתוכו אינמספר.
נצבן זה מציג צירוף מידות טבעי של ב-ג שסוגו ידוע מראש, והוא סוג (יש)



הנצבן המיוחד הוא אחד מאינסוף נצבנים מרכזיים, וניתן "לראות את כולם " בניסוי דינמי דמיוני.

בניסוי דינמי זה ב ישתנה מאפס עד לאורך הקוטר
ובמקביל ג ישתנה מאורך רדיוס עד אפס
ובמקביל מספר היחס הנצבני ב//ג ישתנה מאפס עד אינסוף
ובמקביל ק ישתנה מאפס עד לאורך מחצית ההיקף
ובמקביל, כמות הקשתונים בין קרני הזווית תשתנה בין אפס ל 256
ובמקביל מספר היחס הקשתי ק//ה ישתנה מאפס עד 0.5

ראובן: התוצאה של הניסוי הדמיוני הזה היא מגוונת. יש בה אינסוף צורות של נצבנים, אינסוף צורות של זוויות , אינסוף צורות של משולשים ישרי זווית, אינסוף צירופי מידות טבעיים ,ושתי שורות אינסופיות של מספרי יחס לא ידועים העומדים זה מול זה , ורק שני זוגות של מספרי יחס הם ידועים..

מספר יחס קשתי ק//ה אפס ?????? 0.166 ?????? 0.25 ??????????????????? 0.5
מספר יחס נצבני ב//ג אפס ????? ? 1.1540(7) ????? 2 ??????????????????? אינסוף

ראובן: מספרי היחס הידועים שייכים לנצבנים רעיוניים שנבעו ממעגל מושלם החוסם ריבוע מושלם, וממעגל מושלם החוסם משושה מושלם.
לוי: איך נגיע אל אינסוף זוגות מספרי היחס שעוד חסרים ?
ראובן: מה כל כך מעניין ברשימת אינסוף זוגות של מספרי יחס
לוי: זה מעניין, איך לכל מספר יחס קשתי בין אפס ל 0.5 "מתאים" מספר יחס נצבני בין אפס לאינסוף.
ראובן: כרגיל, התחום הרעיוני מעניין את לוי.

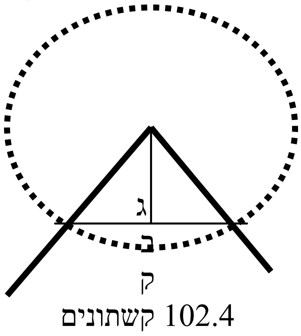
שמעון: לפעמים יש ערך מעשי להתאמה בין זווית קשתונית למספר יחס נצבני
הזווית היא מושג שימושי מאוד, ואך טבעי לשאול מהו מספר היחס ב//ג של זווית קשתונית מסוימת. .
מבחינה מעשית אפשר לתת לזווית מעמד בכורה,ובמקום שנגיד הזווית של הנצבן, נגיד הנצבן של הזווית
ראובן: נראה לי שעדיף להשתמש בכמות קשתונים בין קרני זווית, מאשר במספר יחס קשתי.
לוי: מה זה משנה ? הרי כמות קשתונים בין קרני זווית// 512 = מספר יחס קשתי

שמעון: אז נוסיף עוד שורת מספרים (של כמות קשתונים) לשורות מספרי היחס.
שורה ראשונה - קש = מספר קשתונים בין קרני זווית
שורה שניה - ק//ה = מספר יחס קשתי
שורה שלישית - ג//ב = מספר יחס נצבני
את שלושת השורות נכנה בקיצור שורות "קשקהבג"
הנה הם שורות קשקהבג האינסופיות , ויש בהן רק שתי התאמות, והן מסומנות בחיצים.

קש אפס ????? 85.333 ????? 128 ??????????????? ??????????? ?? 256
ק//ה אפס ?????? 0.166 ?????? 0.25 ????????????????????????????? 0.5
ב//ג אפס ????? ? 1.1540(7) ????? 2 ???????????????????????????? אינסוף

לוי: ואיך נשיג עוד התאמות ? אולי נחסום מחומש משוכלל במעגל , ונשתמש במרכיב שלו?
שמעון: בציור הבא מופיע המרכיב של מחומש משוכלל החסום במעגל , ואין לנו כל נתון תומך למשולש ישר זווית זה. במרכיב של המשושה המשוכלל היה נתון תומך והוא ניצב קטן = מחצית יתר, במרכיב של הריבוע היה נתון תומך והוא ניצב = ניצב , ובמרכיב של המחומש אין לנו נתון תומך
עובדה זו מונעת את הפעלת משפט פיתגורס, ולכן אין אפשרות להשיג את שני הנעלמים של ב//ג

ק//ה = 0.2



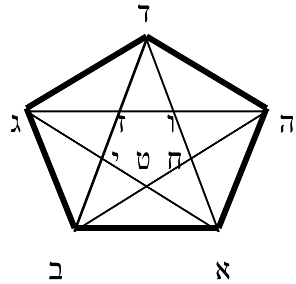
ב//ג = שני נעלמים , סוג וערך מספרי/רי

ק
102.4 קשתונים

שמעון: אולי נבדוק את המחומש המשוכלל כולו, אולי נמצא בו משהו.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן : הנה הוא מחומש משוכלל, וחיברנו את פינותיו בקווים ישרים.
בזווית בין כל שתי צלעות מופיעים 153.6קשתונים.



לוי: קיבלנו מחומש קטן (הפוך) בתוך המחומש המקורי.
שמעון: קיבלנו משולשים שווה שוקיים משני סוגים.
סוג צר – שבהם השוקיים ארוכות מהבסיס , וסוג רחב – שבהם הבסיס ארוך מהשוקיים.
לוי: משולשי הסוג הצר מופיעים בשלוש מידות , (גדול - א ב ד) , (בינוני – אטה) , (קטן – חטא)
ואילו משולשי הסוג הרחב מופיעים בשתי מידות , (גדול אדה) , (קטן אבט)
בזווית החוד של המשולש הצר מופיעים 51.2 קשתונים, ובזווית החוד של המשולש הרחב 153.6

לוי:: אני מביט במשולשי סוג צר, ומבחין שלכולם יש אותה צורה.
אני מביט במשולשי סוג רחב, ומבחין שלכולם יש אותה צורה, אבל זו אינה הצורה הקודמת.
ראובן: עלינו לקבוע מבחן אובייקטיבי לצורה זהה של משולשים שווה שוקיים קטנים וגדולים.

שמעון: המבחן הוא פשוט מאוד וכולל שני תנאים:
א: שקווי הצלעות שלהם יהיו ישרים לכל אורכם ב: שזווית החוד שלהם תהיה אותה זווית בדיוק.
אם נצא מתוך הנחה שרק קווים ישרים מופיעים בציור הזה, נשאר תנאי יחיד הקובע את הצורה הזהה של משולשים שווה שוקיים גדולים וקטנים , והוא זווית החוד.

אם לקבוצת משולשים שווה שוקיים יש אותה זווית חוד, אז יש לכולם אותה צורה ,והם יקראו דומים.

ראובן: על פי תנאי הדמיון הזה, לכל המשולשים הצרים יש אותה צורה והם דומים זה לזה
וכמובן, לכל המשולשים הרחבים יש צורה זהה (אחרת) , והם דומים זה לזה.
לוי: קיבלנו ידיעות רבות מחיבור פינות המחומש בקווים ישרים, וגולת הכותרת שלהן היא הידיעה על קיומו של כלל המחבר בין גיאומטריה ומתמטיקה, ואני מציע לכנותו בשם "הכלל הגיאומטי""
הכלל הגיאומטי יחבר בין צורת זווית שזה מושג גיאומטרי, למספר יחס הנובע ממנה, וזה מושג מתמטי.

זווית החוד של משולש שווה שוקיים קובעת את צורתו הייחודית והיא גם קובעת מספר יחס ייחודי, הנובע ממדידת אורך שוק עלפי אורך בסיס.

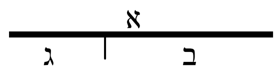
אם כלל זה מקובל עליכם, אפשר לרשום משוואה של מספרי יחס. ד-א//א-ב = ד-ח//ח-ה
היות ו ד-ח = א-ב ו ח-ה = ח-א ,אפשר לרשום גם כך את המשוואה ד-א//ד-ח = ד-ח//ח-א

השיקוף הגיאומטרי של הרישום החדש מופיע בקטע שאורכו ד-א המחולק לשני קטעים ד-ח ו ח-א

ממשוואת היחסים נובע כי ממדידת ד-א עלפי ד-ח ,או ממדידת ד-ח עלפי ח-א נקבל אותו מספר יחס.
אם נצליח למצוא את מספר היחס הזה, השגנו נתון תומך לשוק ולבסיס של משולש שווה שוקיים המופיע בתוך המחומש המשוכלל, ובעקבותיו יופיע נתון תומך למשולש ישר זווית שבתוך המחומש.
ראובן: טוב מאוד, הרי זה מה שאנחנו מחפשים., נתון תומך למשולש ישר זווית חדש.

מאמר מקורי מאת א.עצבר   A . aetzbar

לוי : הגענו לתיאור פשוט ביותר של משוואת היחסים קטע שאורכו א מחולק לשני קטעים , גדול ב וקטן ג , ואלה מציגים משוואת יחסים פשוטה מאוד   א//ב = ב//ג



ראובן: החיתוך הזה של קטע א במקום המסוים הזה, המניב את משוואת היחסים הזו , נקרא חיתוך הזהב
לוי: וחיתוך הזהב צריך להניב מספר נעלם או מספרפר נעלם, ואותו אנו מחפשים.
ראובן: ובכן איך נגלה את המספר / מספרפר של חיתוך הזהב ?
שמעון: במדידה , כרגיל, אך זו לא תהיה מדידה עם סרגל ממשי, אלא מדידה עם סרגל דמיוני.

בשלב ראשון נחלק את אורך א ל 1000 חלקים שווים, ונעריך לפי הציור כמה חלקים יש באורך ב (נניח 700) אלה יהיו נתוני ההתחלה של הטבלה הבאה, ולאחר מכן יופיעו תיקונים, על פי המטרה שהיחסים א//ב   ו   ב//ג   יניבו אותו מספר או מספרפר.

	א	ב	ג	מדידת א עלפי ב	מדידת ב עלפי ג
התחלה	1000	700	300	1.42	2.3
תיקון	1000	600	400	1.666	1.5
תיקון	1000	620	380	1.6129	1.6315
תיקון	1000	618	382	1.61812	1.6178
תיקון	1000	618.1	381.9	1.6178	1.6185
תיקון	1000	618.04	381.96	1.61801(2)	1.61807(8)

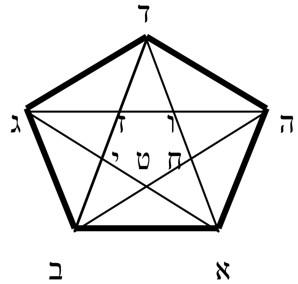
לוי: איזו מין מדידה זו ? זו אינה מדידה פיתגורית, וזו אינה מדידה סרגלית ממשית.
שמעון: זו מדידה עם סרגל דמיוני, המתאפשרת על יסוד השאיפה להשגת אותו מספר יחס
ראובן: אנו לא מצליחים להגיע לאותו מספר, מתקרבים אך לא מגיעים.
לוי: אז אולי נמשיך למדוד ונראה לאן נגיע

	א	ב	ג	מדידת א על פי ב		מדידת ב על פי ג
תיקון	1000	618.04	381.96	1.61801(2)	>	1.61807(8)
תיקון	1000	618.03	381.97	1.61804(5)	<	1.61800(1)
תיקון	1000	618.035	381.965	1.618031(2)	>	1.618040(1)

ראובן: התוצאה תמיד מתנדנדת, פעם א//ב גדול מ ב//ג   , ופעם א//ב   קטן   מ ב//ג
לוי: אולי התוצאה מתנדנדת סביב אינמספר ?
שמעון: אולי ?
לוי: אז בואו ונמשיך למדוד עם הסרגל הדמיוני, אולי פתאום יפסקו הנדנודים ויופיע מספר ?
שמעון: כנראה שאף פעם לא נגיע למצב של שוויון בין א//ב   ל   ב//ג
לוי: אם תמיד נקבל אי שוויון ביו א//ב ל ב//ג עם תוצאה מתנדנדת , זה יהיה הסימן לצמט"ב סוג (אין)
ראובן: זהו ניחוש..
לוי: ואולי ידיעה טבעית ?
ראובן: הכישלון בשיבוץ ריבו"זים במבנה ריבועי, הביא להבחנה בצמט"ב מסוג (אין)
שמעון: והכישלון בהשגת שוויון מושלם ביחסים במדידה עם סרגל דמיוני, מביא לאותה הבחנה ?
לוי: אני משער שכן
ראובן: אני מוכן לאמץ את ההשערה הזו.
שמעון: זוהי "השערת הנדנדה" אם התוצאה מתנדנדת סביב "אינמספר" הצמט"ב ב-ג הוא מסוג (אין)
לוי: חיתוך הזהב יוצר צמ"טב מסוג (אין), והוא מניב את מספרפר היחס (1)1.6180

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: ובכן לאן הגענו ?



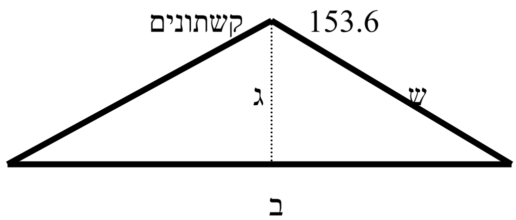
לוי: בראש ובראשונה הגענו אל הכלל , המחבר בין הגיאומטריה (צורה) למתמטיקה.(מספר יחס)

הכלל הגיאומטי

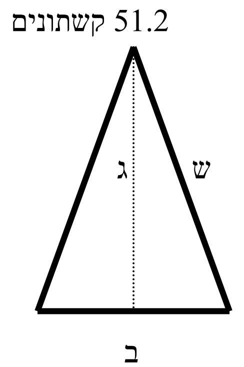
זווית החוד של משולש שווה שוקיים קובעת את צורתו הייחודית והיא גם קובעת מספר יחס ייחודי, הנובע ממדידת אורך שוק עלפי אורך בסיס.

הכלל הזה איפשר להציג משוואת יחסים הנובעת מתוך המחומש המשוכלל, ובעקבותיה הושג מספר היחס המפורסם 1.6180(1) , בעזרת מדידה עם סרגל דמיוני ולא סרגל ממשי.

מספר יחס זה תקף לגבי שני משולשים שווה שוקיים.
שהנצבנים שלהם יכולים להיות נצבנים מרכזיים.



ב//ש = 1.6180(1)
ג מושג במדידה פיתגורית
ב//ג = כ 2.75
ק//ה = 0.3



ש//ב = 1.6180(1)
ג מושג במדידה פיתגורית
ב//ג = כ 0.649
ק//ה = 0.1

ועתה אפשר להכניס עוד שתי התאמות לשורות קשקהבג, הנובעות ממחומש משוכלל

קש	אפס	????	51.2	???	85.333	?????	128	? ??	153.6	?????????? ??	256
ק//ה	אפס	???	0.1	???	0.166	??????	0.25	??	0.3	????????????	0.5
ב//ג	אפס	?????	0.649	???	1.1540(7)	?????	2	???	2.75	???????	אינסוף

התאמה ממרכיב של משושה משוכלל
התאמה ממרכיב של ריבוע , שהוא מרובע משוכלל

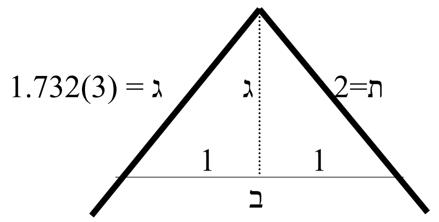
שמעון: החיפוש שלנו אחרי התאמות הוא חסר סיכוי, השגנו 4 התאמות מתוך אינסוף.
ראובן: חייבים למצוא שיטה המניבה התאמות ללא סוף
לוי: אני בטוח שקיימת שיטה כזו
שמעון: אם היא קיימת, היא חמקמקה מאוד, אחרת היינו תופסים אותה.
לוי: יש לי רעיון , ופלא שהוא עלה רק עכשיו.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

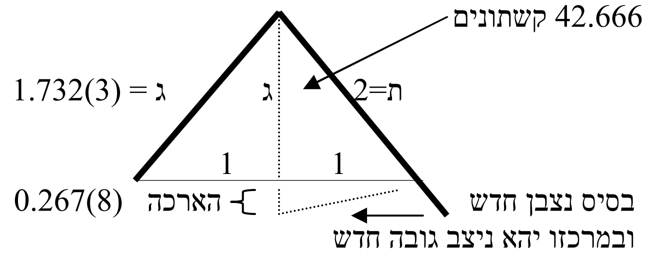
שמעון: דבר ונשמע
לוי: נצבן אשר שני מספרי היחס שלו ידועים, הוא נצבן מוצא למשפחה אינסופית של נצבנים
ראובן: מה פירוש נצבן מוצא למשפחה אינסופית של נצבנים ?
לוי: הנצבן בעל מספרי היחס ק//ה = 0.1666 ב//ג = 1.1540(7) יחד עם הזווית שלו אשר בין קרניה מופיעים 85.333 קשתונים, , יוצרים משולש משולש שווה צלעות.

85.33 קשתונים

ב//ג = 1.1540(7) ק//ה = 0.1666



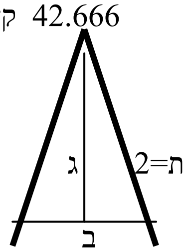
כדי שנצבן זה יהפך לנצבן מוצא למשפחת נצבנים, נאריך את ג עד לאורך ת . לאחר מכן נחבר את קצות ג ו ת ונקבל בסיס של נצבן חדש, שבזווית שלו יופיעו 42.666 קשתונים. זווית זו תהיה שייכת לנצבן החדש , שיהיו לו שני מספרי יחס חדשים. מבין אלה ק//ה ידוע והוא 0.08333 .
הארכת ג והבסיס החדש מופיעים בציור הבא.



את בסיס הנצבן החדש ניתן להשיג במדידה פיתגורית וערכו 1.035(6)
גם את הגובה החדש (לא מופיע בציור) ניתן להשיג במדידה פיתגורית וערכו 1.9317(8)
מנתונים אלו יהא נובע מספר יחס נצבני חדש - בסיס חדש//גובה חדש = 0.5357(8)
אשר מספר היחס הקשתי שלו ק//ה הוא 0.0833
ראובן: אכן השיטה פשוטה, והשגת נצבן חדש ששני מספרי היחס שלו ידועים , והם מניבים את מספר היחס הנצבני 0.5357(8)

42.666 קשתונים

ב//ג חדש = 0.5357(8) ק//ה חדש = 0.0833

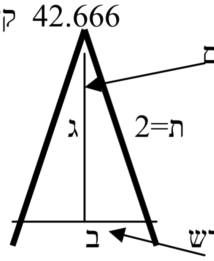


לוי: השגה זו היא התאמה נוספת שאפשר להכניס אותה לשורות קשקהבג
מקום ההתאמה הזו הוא כאן

קש אפס ???? 42.66 51.2 85.333 ????? 128 ?? ? 153.6 ?????? ?? 256
ק//ה אפס ??? 0.083 0.1 0.166 ?????? 0.25 ?? 0.3 ????????? 0.5
ב//ג אפס ?? 0.5357 0.649 1.1540(7) ????? 2 ??? 2.75 ????? אינסוף

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: עד עתה השגת נצבן ראשון ממשפחת נצבנים, השייכת לנצבן מוצא נבחר.
לוי: על תהליך ההשגה אפשר לחזור, ולהאריך את הגובה החדש עד לאורך ת , כך שיתקבל משולש שווה שוקיים חדש שבזווית החוד שלו יופיעו 21.333 קשתונים. זווית זו תהיה שייכת לנצבן חדש אשר יהיו לו שני מספרי יחס חדשים. מבין אלה ק//ה כבר ידוע והוא מחצית מ 0.0833 = 0.04165



את אורך הבסיס החדש והגובה החדש ניתן לגלות במדידה פיתגורית, ומהם נקבל את מספר היחס הנצבני ב//ג = כ 0.263 והתוצאה ... התאמה חדשה שניתן להכניסה לשורות קשקהבג
מקום ההתאמה הזו הוא כאן

קש אפס ???? 21.33 42.66 51.2 85.333 ????? 128 ?? ? ?? 153.6 ? ?? 256
ק//ה אפס ??? 0.041 0.083 0.1 0.166 ?????? 0.25 ?? 0.3 ??? 0.5
ב//ג אפס ??? 0.263 0.5357 0.649 1.1540(7) ????? 2 ??? 2.75 ?? אינסוף

ראובן: עד עתה השגת נצבן שני במשפחת נצבנים של נצבן מוצא נבחר.
לוי: אם נחזור על התהליך נגיע אל נצבן בעל ק//ה 0.0208325 ו ב//ג כ 0.131 שבזווית של יש 10.666 קשתונים. נתונים אלה מהווים עוד התאמה שניתן להכניסה לשורות קשקהבג.

שמעון: אכן הצגת תהליך פשוט שיכול להשיג אינסוף התאמות לשורות קשקהבג, וכולן נובעות מנצבן מוצא , המציג את ההתאמה קש = 85.333 ק//ה=0.166 ב//ג =1.1540(7)

ראובן: צריך לתת שם לתהליך הזה המגלה התאמות לשורות קשקהבג ללא הגבלה.
אני חושב שהשם המתאים הוא "תהליך חציוני" מכיוון שמספר היחס הקשתי ק//ה שמגיעים אליו, הוא תמיד מחצית מקודמו, או מספר קש הוא תמיד מחצית מקודמו.

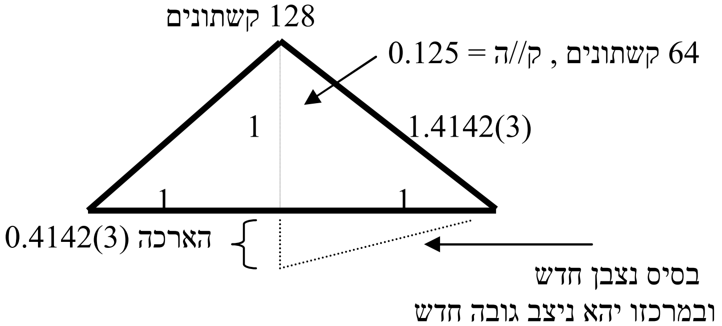
שמעון: התהליך החציוני שהתחיל מנצבן מוצא בעל זווית קשתונית 85.33 , מניב התאמות רבות רק בתחום הזוויות הזעירות.. התהליך החציוני הוא בעל מגמה כיוונית ברורה לכיוון אפס.
התחלנו ב קש = 85.333 והמשכנו כך 42.6666 , 21.3333 , 10.6666 , 5.3333 , 2.6666
ואפשר עוד להמשיך ללא סוף ל קש= 1.3333 , ל 0.6666 , ל 0.3333 וכן הלאה...

ראובן: נשארו לנו עוד שלושה נצבני מוצא, והן בעלי זוויות קשתוניות 153.6 , 128 , 51.2
שמעון: גם על נצבני מוצא אלה ניתן להפעיל תהליך חציוני, ושוב פעם נקבל התאמות רבות בתחום הזוויות הזעירות ,זוהי תוצאה הכרחית הנובעת מטבעו של התהליך החציוני.

אם נתחיל ב קש = 153.6 ונמשיך ל 76.8 ל 38.4 ל 19.2 ל 9.6 קשתונים וכן הלאה.
ואם נתחיל ב קש 128 נמשיך ל 64 ל 32 ל 16 ל 8 ל 4 ל 2 ל 1 ל 0.5 וכן הלאה
ואם נתחיל ב קש 51.2 נמשיך ל 25.6 ל 12.8 ל 6.4 ל 3.2 ל 1.6 ל 0.8 וכן הלאה

לוי: בואו ונבחר עוד נצבן מוצא, ונפעיל עליו תהליך חציוני..

ראובן: נצבן מוצא חייב להיות בעל נתונים מלאים קש , ק//ה , ב//ג , ונתוניו ירשמו בשורות קשקהבג
נצבן המוצא הנבחר מופיע בציור הבא, ובין קרני הזווית שלו מופיעים 128 קשתונים.
בהתחלת התהליך מאריכים את ג כנדרש, ומוסיפים את קו הבסיס החדש
במרכזו של הבסיס החדש יופיע גובה חדש, ונתונים אלו יניבו את שני מספרי היחס
החדשים של נצבן חדש, שבזווית שלו יופיעו 64 קשתונים.



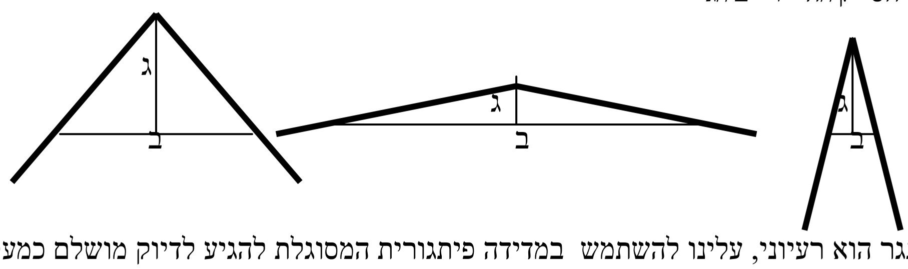
את אורך הבסיס החדש ניתן להשיג במדידה פיתגורית וערכו כ 1.0824
גם את הגובה החדש (לא מופיע בציור) ניתן להשיג במדידה פיתגורית וערכו כ 1.3065
מנתונים אלו יהא נובע מספר יחס נצבני חדש - בסיס חדש//גובה חדש = כ 0.8284

נתוני הנצבן החדש כבר מופיעים כאן

קש	אפס	10.666	21.33	42.666	64	85.33	128	???	256
ק//ה	אפס	0.0208	0.0416	0.0833	0.125	0.166	0.25	???	0.5
ב//ג	אפס	0.131	0.263	0.535	0.8284	1.154	2	??	אינסוף

ובהמשך נוסיף עוד התאמה קש = 32 ק//ה = 0.0625 ו ב//ג = 0.397 ..... וכן הלאה ללא סוף
שמעון: שוב פעם יש התאמות בתחום הזוויות הזעירות, ואין התאמות בתחום הזוויות הגדולות.
ראובן: יש לנו עוד שתי זוית מוצא
שמעון: אין סיכוי, גם אלה יניבו התאמות בתחום הזוויות הזעירות.
לוי: אנחנו מחמיצים משהו...
ראובן: גם אני חושב כמוך, אם יש תהליך כל כך פשוט המניב התאמות בכיוון אפס קשתונים, צריך להיות תהליך פשוט שיניב התאמות רבות בכיוון 256 קשתונים.
לוי: אנו זקוקים לתהליך חציוני דו כיווני, גם לכיוון הזוויות הזעירות וגם לכיוון הזוויות הגדולות.

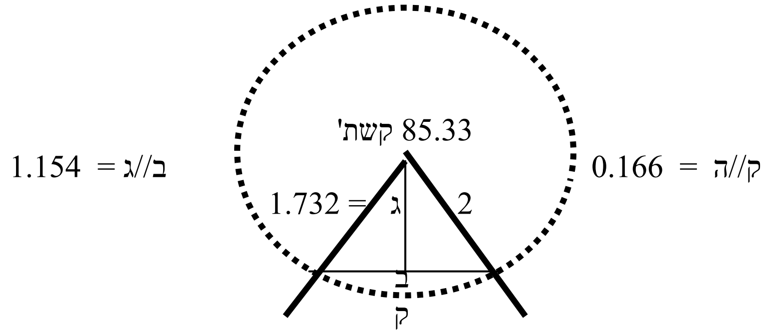
שמעון: מזל שיש 4 נצבני מוצא .אם אלה לא היו , רק מדידה מעשית הייתה מצילה את המצב.
בעזרת שקף קשתוני היינו מודדים זוויות, ובעזרת סרגל היינו מודדים את אורכי ב ו ג , ומקבלים את מספרי היחס ק//ה ו ב//ג



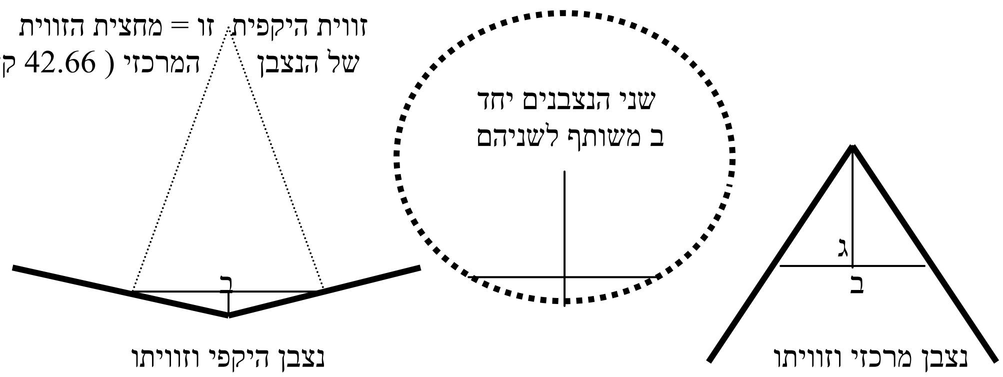
לוי: האתגר הוא רעיוני, עלינו להשתמש במדידה פיתגורית המסוגלת להגיע לדיוק מושלם כמעט
רק בדרך זו נצליח להתאים לכל מספר יחס קשתי בין אפס ל 0.5 , מספר יחס נצבני בין אפס לאינסוף
אני מציע לא לוותר ולחפש רעיון יצירתי.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: מצאת משהו ?
לוי: מול כל נצבן מרכזי שקצה ג שלו נמצא במרכז המעגל, נמצא נצבן היקפי שקצה ג שלו נמצא על קו היקף של המעגל. לשני הנצבנים יש בסיס משותף, ולכל נצבן הזווית שלו ומספרי היחס שלו.
בציור הבא מופיע נצבן מרכזי מוכר, אבל למעשה יש בציור עוד נצבן "שכן"



הנצבנים "השכנים" (המרכזי וההקפי) מופיעים בציור הבא, גם ביחד וגם לחוד.



נצבן היקפי וזוויתו
ב = 2 ג = 0.267 ב//ג = 7.49
213.333 קשתונים בין קרני הזווית (256 מינוס 42.66)

נצבן מרכזי וזוויתו
ב = 2 ג = 1.732 ב//ג = 1.154
85.33 קשתונים בין קרני הזווית

ראובן: אתה צודק, מול כל נצבן מרכזי יש נצבן היקפי . אם מספרי היחס של הנצבן המרכזי ידועים, גם מספרי היחס של הנצבן ההיקפי יהיו ידועים.
לוי: בתהליך החציוני שהפעלנו התעלמנו מהנצבן ההיקפי, והמשכנו לכיוון הזוויות הזעירות. אני מציע לא להתעלם מהנצבן ההיקפי, וכך נקבל התאמות גם לכיוון הזוויות הזעירות, וגם לכיוון הזוויות הגדולות. נתוני הנצבן ההיקפי גלויים , וצריך רק לאסוף אותם.
ראובן: אתה צודק, הציור מציג את הנתונים הגלויים, ונוסחה פשוטה מאוד מאפשרת לדעת את הזווית של הנצבן ההקפי על פי הזווית של הנצבן המרכזי.

זווית של נצבן היקפי = 256 מינוס מחצית הזווית של הנצבן המרכזי

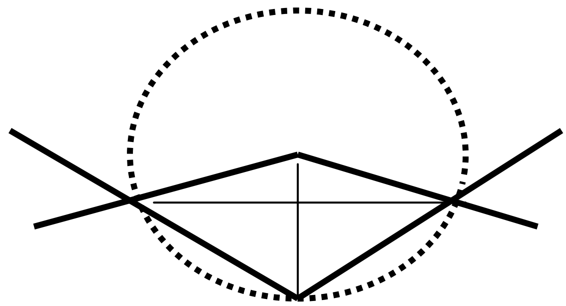
שמעון: מעתה נפעיל תהליך חציוני דו כיווני, ובמקביל להשגת נצבן חדש שהזווית שלו היא מחצית נשיג גם הזווית של הנצבן ההקפי השכן, ואת מספרי היחס של נצבן זה.
ראובן: נראה לי שתהליך חציוני דו כיווני, יניב התאמות רבות לשורות קשקהבג , אך אלה יתפרשו בתחום הזוויות הזעירות ובתחום הזוויות הגדולות, תחום האמצע לא יהיה מכוסה בהתאמות
שמעון: תפרט

ראובן: אני הולך לפי נוסחת הזוויות

זווית של נצבן מרכזי	128	64	32	16	8	התאמות רבות לקראת אפס
זווית של נצבן היקפי שכן	192	224	240	248	252	התאמות רבות לקראת 256

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: השלמת שורות קשקהבג היא אתגר רעיוני מרתק, ועלינו לפתור את בעיית האמצע.
שמעון: ואיך נפתור את בעיית האמצע של שורות קשקהבג ? איך נמלא בהתאמות את האמצע הזה ?
ראובן: באופן הפשוט ביותר . נתחיל עם נצבן מרכזי נבחר, ונשיג את נתוני שכנו הנצבן ההיקפי.
מבין הנתונים נתרכז בזוויות של הנצבנים.



בהתחלה זו אני מדמים מעגל עם זווית של נצבן מרכזי וזווית של נצבן היקפי.
בהמשך נדמה כי הזווית של הנצבן ההיקפי זזה ממקומה ודחקה את הזווית המרכזית ותפסה את מקומה.
במקום ההיקפי הפנוי הופיעה זווית היקפית חדשה המתאימה לזווית המרכזית העכשווית
בהמשך נדמה תהליך חוזר שבו הזווית ההיקפית זזה ממקומה ודחקה את הזווית המרכזית ותפסה את מקומה. במקום ההיקפי הפנוי הופיעה זווית היקפית חדשה המתאימה לזווית המרכזית העכשווית.

לוי: תהליך כזה של " זווית היקפית אל המרכז " יכול להימשך לנצח.
ראובן: תהליך " זווית היקפית אל המרכז" יכול להמשך לנצח, והוא יניב התאמות רבות .
לוי: זה אינו תהליך חציוני
ראובן: נכון , זה תהליך אחר לגמרי, אך המשותף להם הוא שהתהליכים יוצרים התאמות רבות..
לוי: תהליך חציוני מניב התאמות בקצוות של שורות קשקהבג , הן בתחום הזוויות הזעירות, והן בתחום הזוויות הגדולות , איפה יופיעו ההתאמות של תהליך "זווית היקפית אל המרכז" ?
ראובן: אני לא יודע , ננסה ונראה.

שמעון: באיזה נצבן נבחר להתחיל את התהליך של "זווית היקפית אל המרכז ?
ראובן: מה זה משנה ? נתחיל אותו בנצבן מרכזי מוכר בעל זווית קשתונית 128 . לנצבן השכן של נצבן זה , ההיקפי , יש זווית קשתונית 192
לוי: נו , תתחיל את התהליך
ראובן: שורת המספרים הבאה מתארת את תהליך "זווית היקפית אל המרכז" כאשר הזווית המרכזית בתחילת התהליך היא זווית 128 (כל מספר שמופיע = 256 מינוס מחצית קודמו)

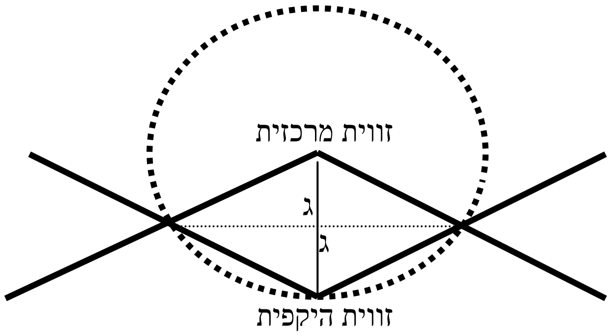
זווית מרכזית - 128 - 192 - 160 - 176 - 168 - 172 - 171 - 170 - 171 - 170.5 - 170.75 - 170.625 - 170.6875 - 170.65625 - וכן הלאה

לוי: זה מוזר , התהליך שהתחיל מזווית מרכזית 128 וזווית היקפית 192 , שואף להסתיים במצב שבו כמעט ואין הבדל בין זווית של נצבן מרכזי לשכנו ההיקפי. המאפיין את התהליך הוא משרעת זוויות ההולכת וקטנה , והמשרעת תתאפס כנראה בזווית של 170.6666 קשתונים

ראובן: ומה זה אומר ? שתהליך " זווית היקפית אל המרכז " מניב התאמות רבות שלא נמצאות בקצוות של שורות קשקרהבג, אלא ממש באמצע השורות.
לוי: 170.6666 זה לא אמצע בין אפס ל 256
ראובן: בציור זה ממש אמצע.
לוי: איפה הציור הזה ?

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

ראובן: הנה הוא הציור
קו הבסיס (מרוסק) משותף לנצבן המרכזי ולנצבן ההיקפי
גובה הנצבן המרכזי = גובה הנצבן ההיקפי
הזווית של הנצבן ההיקפי = לזווית של הנצבן ההיקפי = 170.6666 קשתונים. ק//ה = 0.3333
מספר היחס הנצבני = 2 פעמים (3)1.732



קו הבסיס של הנצבנים נמצא ממש באמצע.
אם קו הבסיס יטפס עד מרכז המעגל נקבל זווית מרכזית 256 וזווית היקפית 128
אם קו הבסיס יצנח למטה עד מגע בנקודת היקף, נקבל זווית מרכזית אפס, וזווית היקפית 256
וממש באמצע, נקבל את השוויון בין זווית מרכזית להיקפית בערך של 170.333 קשתונים.
לוי: אכן זהו האמצע

שמעון: תהליך "זווית היקפית אל המרכז" שהתחיל מזווית מרכזית 128 הסתיים בזווית 170.666
ומה יקרה אם נתחיל את התהליך בסתם זווית נבחרת כמו זווית 32 ?
ראובן: גם תהליך זה יסתיים בזווית 170.666
לוי: בואו ונבדוק

ראובן: אם זווית מרכזית היא 32 הזווית ההיקפית היא (256 מינוס 16) = 240
מכאן קל מאוד להכין את שורת המספרים שתצביע על משרעת משתנה ודועכת, עד שהיא תתאפס

זווית מרכזית 16 240 136 188 162 175 168.5 171.75 ..... 170.666 .....

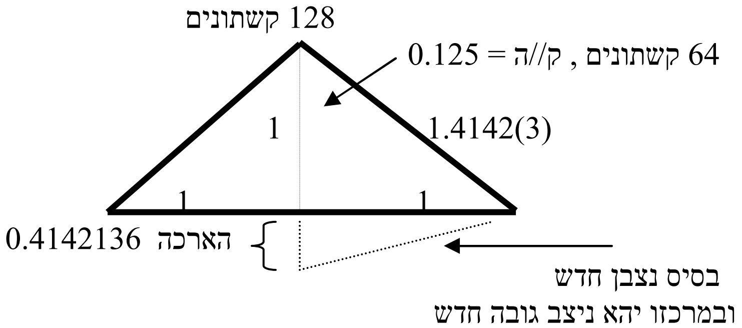
שמעון: אפשר לסכם :
תהליך חציוני מניב התאמות לקצוות של שורות קשקהבג, ותהליך "זווית היקפית אל המרכז" מניב התאמות לאמצע השורות

קש	אפס	170.666	256
ק//ה	אפס	0.3333	0.5
ב//ג	אפס	3.464	אינסוף

ראובן: אין שיטה יותר מתוחכמת להשגת התאמה בין מספר יחס קשתי ק//ה , למספר יחס נצבני ב//ג
לוי: כל מחשבון מספק התאמות בין זווית לטנגנס של זווית.
שמעון: אולי כדאי להשוות בין תוצאות של מחשבון לתוצאות של שורות קשקהבג ?
לוי: ואם יהיה הפרש ?
שמעון: אז נלך לפי התוצאות שלנו, כיוון שאלה הושגו על ידי מדידה פיתגורית שהיא מדויקת מאוד וכמעט מושלמת.
לוי: חייבים לערוך השוואה כפי ששמעון הציע.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: הטבלה הבאה מרכזת נתונים של תהליך חציוני דו כיווני.
נתוני נצבן המוצא קש = 128 ק//ה = 0.25 ב//ג = 2



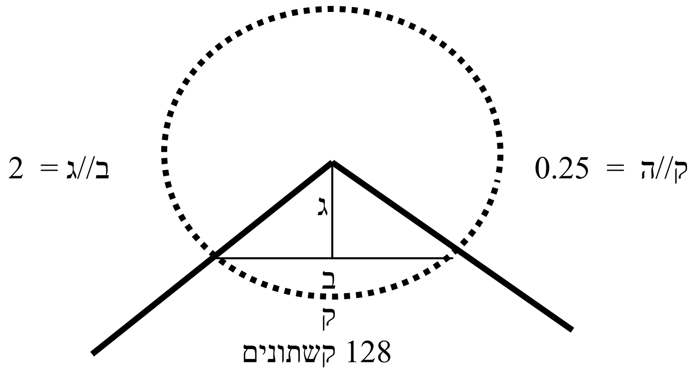
	נצבן מרכזי		נצבן היקפי	
קש	128		192	
ק//ה	0.25		0.75	
בסיס	2		2	
גובה	1		0.4142136	
ב//ג	2		4.8284267	
2 טג 0.5 קש	2	תוצאת מחשבון	4.8284271	מחשבון
קש	64		224	
ק//ה	0.125		0.875	
בסיס	1.0823921		1.0823921	
גובה	1.306563		0.1076505	
ב//ג	0.828427		10.054687	
2 טג 0.5 קש	0.8284271	מחשבון	10.054679	מחשבון
קש	32		240	
ק//ה	0.0625		0.9375	
בסיס	0.5517986		0.5517986	
גובה	1.3870398		0.0271737	
ב//ג	0.3978246		20.306347	
2 טג 0.5 קש	0.3978247	מחשבון	20.306341	מחשבון

ראובן: יש הפרש זעיר בין תוצאות המופיעות בשורות קשקהבג , לבין תוצאות שמספק מחשבון
לוי: עכשיו צריך לבחור , איזה תוצאות לאמץ
ראובן: צריך לבדוק הפרשים בתחום האמצע של שורות קשקהבג, אולי ההפרשים יהיו גדולים יותר.

שמעון: נראה לי ששורות קשקהבג סחפו אותנו
לוי: זה עיסוק גיאומטרי רעיוני מרתק , למצוא התאמות בין מספרי יחס ק//ה ו ב//ג
ראובן: ולפני כן , קביעת סוגו של צמ"טב היה עיסוק גיאומטרי רעיוני מרתק
לוי: מעניין, כל פעילותינו התבססה על מדידה פיתגורית , המתאפשרת על יסוד קיומו של משפט פיתגורס קביעת סוג של צמ"טב מתבססת על מדידה פיתגורית כשלונית וגם התהליך החציוני הדו כיווני , וכן התהליך " זווית היקפית אל המרכז" מבוססים על מדידה פיתגורית.

ראובן: התהליכים הם מאוד מייגעים , האם מחשב לא יכול לעשות זאת ?
לוי: אני חושב שכן, ויתכן מצב שבו נקיש מספר יחס קשתי ק//ה של 0.4999999917 , ונקבל איזה מספר עצום (ומדויק מאוד) של מספר היחס הנצבני ב//ג.

שמעון: יש עוד מספרי יחס בנצבן מרכזי, וכלל לא טיפלנו בהם.
ראובן: איפה אתה רואה עוד מספרי יחס
שמעון: הנה, הציור של נצבן מרכזי מפורסם , וקל להבחין במספר יחס חדש הנובע ממדידת ק עלפי ב שפירושו – מדידת אורך הקשת ק , עלפי אורך המיתר ב , וסימונו המקוצר הוא ק//ב



את תחום השינוי של ק//ב קל להכניס לשורות קשקהבג.

קש	אפס	170.666	256
ק//ה	אפס	0.3333	0.5
ב//ג	אפס	3.464	אינסוף
ק//ב	1		1.5(7)

לוי: יש משהו מוזר בצירוף מידות האורך ק-ב , ק הוא קטע של קו עגול, ב הוא קטע של קו ישר
ראובן: מה קורה בין קש אפס ל קש 256 ?
שמעון: ככל שהזווית של הנצבן המרכזי מתקרבת לאפס, אורך הקשת ק הולך ומתקרב לאורך המיתר ב לכן, אפשר להסכים לקביעה הרעיונית, כי בקשת אפס ק=ב , ולכן ק//ב = 1
ומצד שני, אפשר להסכים לקביעה המעשית כי ככל שהזווית של הנצבן המרכזי הולכת ומתקרבת ל 256 , מספר היחס ק//ב הולך ומתקרב לערך מקסימלי לא ידוע , שנמצא בין 1.5 ל 1.7
ראובן: למספר היחס החדש יש קצה רעיוני וקצה מעשי , אבל מה קורה בין הקצוות ?
שמעון: אני לא יודע
לוי: עלינו להרחיב את שורות קשקהבג , ולכלול בהם התאמה למספר היחס החדש ק//ב

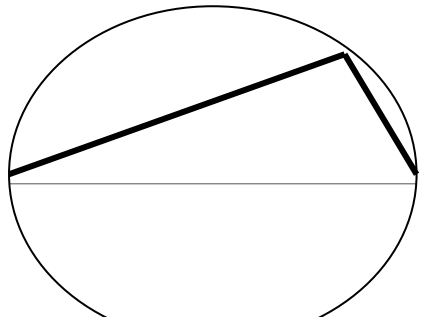
קש	אפס	10.666	21.33	42.666	64	85.33	128	???	256
ק//ה	אפס	0.0208	0.0416	0.0833	0.125	0.166	0.25	???	0.5
ב//ג	אפס	0.131	0.263	0.535	0.8284	1.154	2	??	אינסוף
ק//ב	1	?	?	?	?	?	?	?	1.5(7)

שמעון: איך נרחיב ? האפשרות היחידה היא הרחבה מעשית לא מדוייקת, המבוססת על ציורים ומדידה סרגלית של אורך ב ואורך ק. למדידת אורך ב יש סרגל ישר, ולמדידת אורך ק אין סרגל עגול לכן, מדידת אורך ק בקטעים עם סרגל ישר, היא בכלל לא מדויקת.
לוי: מדידה סרגלית היא חסרת טעם .
שמעון: ומדידה פיתגורית היא בלתי אפשרית, כיוון שהיא לא חלה על קו עגול.
לוי: לקש= 128 מתאים ק//ה = 0.25 , ומתאים ב//ג = 2 וחייב להתאים ק//ב = מספר/פר

שמעון: אין ספק שקיים מספר או מספרפר המבטא את ק//ב , אך אין לנו כל ידיעה איך להגיע אליו.
ראובן: שוב פעם אתה קובע " שאתה יודע כי אינך יודע " ?
שמעון: אנו מחפשים תוצאה מדויקת , ועד היום למדנו שתוצאה מדויקת מספקת מדידה פיתגורית ולא מדידה מעשית. והיות שמדידה פיתגורית חלה על משולשים ישרי זווית הבנויים מקטעי קו ישר, אין כל אפשרות להפעיל מדידה פיתגורית על קטעי קו עגול. ומאחר שאני לא מכיר כל שיטה אחרת למדידה מדויקת, אני יודע " שאני לא יודע " איך להשיג תוצאה מדויקת של מספר היחס החדש ק//ב

לוי: ובכו, קו עגול הוא התעלומה האמיתית , המעגל הוא התעלומה האמיתית.
ראובן: אתה הצעת את הנצבן המרכזי איך ידעת לקשר סתם נצבן למעגל ?
לוי: אני לא יודע להסביר זאת, זה נראה לי מובן מאליו שהמעגל מציב את התנאים להופעת אינסוף צמ"טבים בנצבנים מרכזיים. כאשר קצה ג חייב להיות במרכז המעגל, וקצות ב חייבים להיות על היקף המעגל, יופיעו בהכרח אינסוף צירופי מידות טבעיים של ב ו ג.

שמעון: בעצם, כולנו למדנו על הקשר בין צמ"טבים למעגלים
ראובן: מה למדנו ?
שמעון: אם נבחר נקודה על היקף המעגל, נקבל צירוף מידות אורך טבעי לקצות הקוטר.
יש לנו בחירה לגבי מרחק יחיד לקצה קוטר, והמרחק לקצה השני כבר קבוע. כל נקודה על ההיקף מציגה צירוף מידות אורך ייחודי לקצות הקוטר. ואלה הם ניצביו של משולש ישר זווית בעל צורה ייחודית.



לוי: נצבנים מרכזיים מופיעים בתוך מעגל , והם מציגים אינסוף צמ"טבים כל המשולשים ישרי הזווית מופיעים בתוך מעגל, והניצבים שלהם מציגים אינסוף צמ"טבים
כנראה שהמעגלים הם "מכרה זהב" לצמ"טבים.
ראובן: אני "רואה" עוד אינסוף צמ"טבים בתוך מעגל אפשר לבחור נקודה על הקוטר, אך אין בחירה לגבי אורכו של הקו הניצב בנקודה זו, והוא מגיע אל קו ההיקף.

לוי: מה יש במעגלים שהם מאפשרים הופעה בלתי מוגבלת של צמ"טבים ?
שמעון: מעגלים הם מסתוריים, הם נראים פשוטים מאוד, אבל הם מסובכים ומופלאים.
לוי: אתה מדבר בחידות
שמעון: המעגלים הם בעצמם , צמ"טבים
לוי: מעגל הוא צמ"טב ?
שמעון: ועוד איזה צמ"טב, זה הצמ"טב המסתורי של הגיאומטריה, שאין כל אפשרות לקבוע את סוגו, מכיוון שאי אפשר להחיל עליו מדידה פיתגורית.

לוי: איפה יש צמ"טב ? מעגל הוא קו עגול יחיד , ואיפה צירופי המידות ?
שמעון: בצורות , צירופי המידות הן בצורות . - קו עגול היא הצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר .
אחרי קו עגול באות צורות מורכבות יותר, והן נצבן, זווית ומשולש.
לוי: אני לא רואה צמ"טב בקו עגול.
ראובן: גם אני לא רואה צמ"טב בקו עגול.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: קח מחוגה , קבע את מפתח המחוגה בבחירה , נעץ את חוד המחוגה בדף, סובב את המחוגה סביב החוד הנעוץ כאשר חוד העיפרון נלחץ אל הדף. ותקבל באופן מפתיע קו עגול סגור, שאין לך כל בחירה לגבי אורכו. אורך הקו העגול הסגור הזה, נקבע על ידי מפתח המחוגה שנבחר, שהוא המרחק הנבחר בין חוד המחוגה לחוד העיפרון.

מפתח המחוגה מ ואורך הקו העגול הסגור ה מהווים צירוף מידות אורך טבעי מסתורי.

לוי: איפה יש צירוף מידות טבעי ? הרי אחרי שציירתי קו עגול סגור, מפתח המחוגה נעלם , ונשאר רק האורך של הקו העגול הסגור.
שמעון: כדי להגיע לאורך קו עגול מסויים, אתה חייב מפתח מחוגה מסוים. זה שמפתח המחוגה נעלם לאחר הציור, רק מעצים את המסתורין של הקו העגול הסגור.
לוי: אתה מדגיש כל הזמן "קו עגול סגור" ולא משתמש בביטוי המקובל "מעגל".
שמעון: לפעמים אומרים מעגל, לפעמים עיגול, אבל התיאור המדויק הוא .... קו עגול סגור.
ראובן: וכשאומרים קו עגול סגור , מיד רואים בדמיון צורה.
שמעון: זוהי הצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר "קו עגול סגור" וכמו כל צורה גם לצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר יש מספר יחס משלה, הנובע ממדידת ה עלפי מ והוא יסומן ה//מ

ראובן: אז תשתמש בשם קעס לצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר (אותיות ראשונות של קו עגול סגור)
שמעון: אולי זה עדיף השם הזה, כיוון שהוא מכוון אותנו אל "קו עגול סגור"

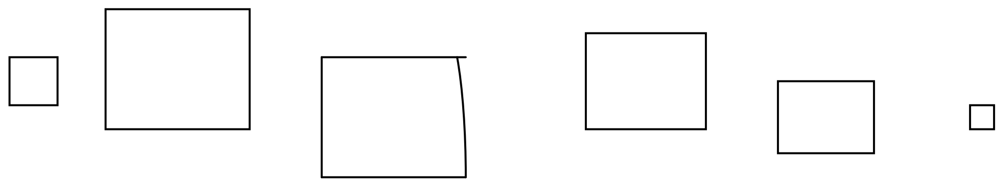
לוי: ואז נאמר : הצמ"טב של הנצבנים ב-ג הניב את מספר היחס ב//ג
והצמ"טב של הקעסים ה-מ , הניב את מספר היחס ה//מ

שמעון: הצמ"טב של הנצבנים מוחשי וגלוי, ותמיד רואים את ב ו ג
ואילו הצמ"טב של הקעסים מסתורי. ביצירתו רואים את מ ו ה , אך לאחר היצירה מ נעלם.
לוי: וכבר אמרת שאי אפשר לקבוע את סוגו, מכיוון שאי אפשר להחיל עליו מדידה פיתגורית.
שמעון: מדידה פיתגורית תקפה רק על קטעי קו ישר המופיעים בצורות הנצבן, הזווית והמשולש, והיא אינה תקפה בצורת הקעס כיוון שזו מורכבת מקו עגול סגור..

ראובן: אז משפט פיתגורס לא חל על קעסים ?
שמעון: לא , איך אפשר ? ומכאן נסיק שאין מדידה פיתגורית כשלונית , ואין קביעת סוג של צמ"טב.
לוי: ואין נתון תומך לקעסים ?
שמעון: לא רעיון תומך ולא נתון תומך ?
לוי: איך זה יתכן ?

שמעון: מה יש בקעסים ? רק קו עגול סגור וזה הכל , לא זוויות, לא משפט פיתגורס, לא נתון תומך, כלום , רק קו עגול סגור וזה הכל. הנה תביט בציור ותראה , רק קווים עגולים סגורים וזה הכל.

לוי: ומה יש בריבועים ? קטעי קו ישר היוצרים היקף סגור וזה הכל



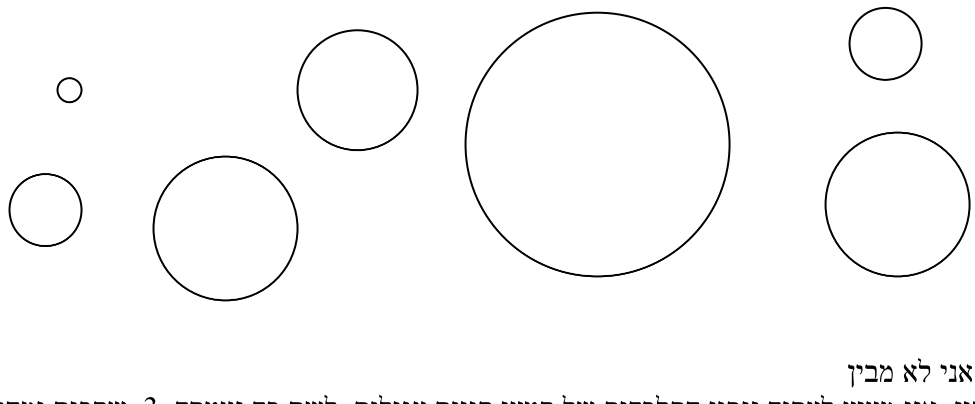
שמעון: בריבועים יש יותר מקטעי קו ישר היוצרים היקף סגור .
בריבועים יש 4 צלעות , שהם 4 קווים ישרים זהים לחלוטין
זהים לחלוטים פירושו שווים באורכם , וישרים לכל אורכם.
בריבועים יש 4 זוויות זהות בנות 128 קשתונים

תיאור מפורט זה מציג את תנאי הדמיון של הריבועים, המאפשרים לקבוע כי "צורת הריבועים זהה". כל הריבועים מקיימים את תנאי הדמיון, פרט לריבוע האמצעי שיש לו צלע לא ישרה ממש והיא קצת עקומה. לכן הריבוע האמצעי אינו דומה דמיון מושלם לריבועים האחרים, וצורתו אינה זהה ממש לצורת הריבועים האחרים.

ראובן: אכן הריבוע היא צורה הרבה יותר מורכבת מקעס, שמתי לב שיש שלושה תנאי דמיון בריבועים.,
אורך הצלעות שווה, הצלעות ישרות לכל אורכן, הזוויות שוות.
לוי: בקעסים אין צלעות, אין זוויות , ולכן נשאר רק תנאי דמיון אחד ויחיד

" קו ההיקף חייב להיות קו עגול לכל אורכו "

ואכן, תנאי זה מתקיים בכל הקעסים, מכיוון שכל קעס הוא קו עגול סגור, לכן הם דומים וצורתם זהה.
שמעון: נכון, זה תנאי הדמיון היחידי של קעסים , "אבל יש אינסוף צורות של קווים עגולים".
לוי: זה עוד לא שמעתי – אינסוף צורות של קווים עגולים.
שמעון: אם לכל קו עגול המופיע כאן יש אותה צורה, הרי קטעי קווים שלהם ,(קשתונים)
היו חייבים להתלכד.



לוי: אני לא מבין
שמעון: אני מציע לערוך ניסוי התלכדות של קטעי קווים עגולים. לשם כך נצטרך 3 שקפים ומחוגה.
על השקף הראשון נצייר קשתון , כאשר מפתח המחוגה יהיה 1 ס"מ
על השקף השני נצייר קשתון, כאשר מפתח המחוגה יהיה 2 ס"מ
על השקף השלישי נצייר קשתון, כאשר מפתח המחוגה יהיה 3 ס"מ

לאחר מכן יתחיל ניסוי ההתלכדות , כאשר נבחר שני שקפים ונניח אותם אחד על השני כך, ששני הקשתונים אמורים להתלכד אחד עם השני, ואנו נצפה לראות "קשתון יחיד" במבט על שני השקפים.

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: אני צופה בשני השקפים המונחים אחד על השני, ולא הצלחתי להשיג התלכדות מלאה של הקשתונים. אני מזהה התלכדות רק בנקודה אחת , ואני ממשיך לראות שני קשתונים.
שמעון: אין לקשתונים צורה זהה ולכן אינם מתלכדים.
ראובן: אם היינו מציירים על שלושת השקפים קטעי קו ישר, כן הייתה מושגת התלכדות.

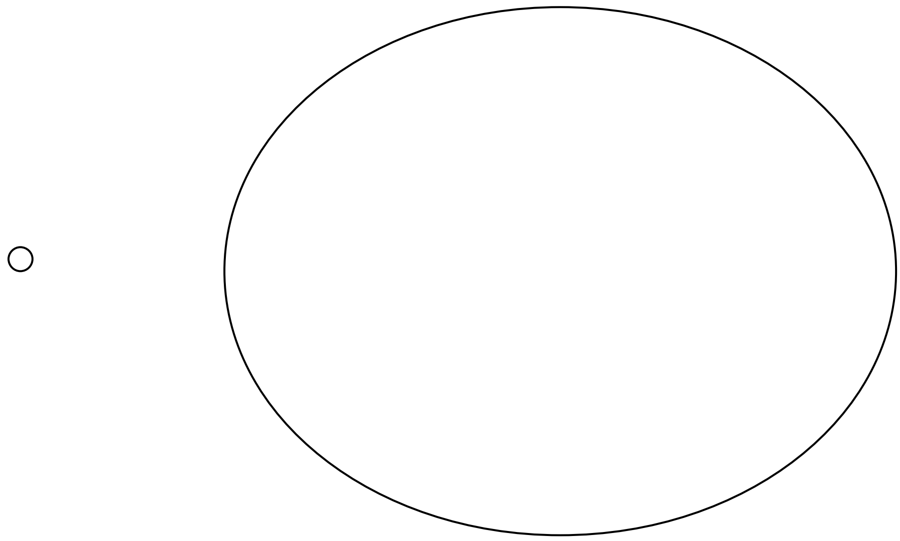
שמעון: לכל קטע קו המשורטט בעזרת סרגל, יש אותה צורה לכל אורכו.
לכל קטע של קו עגול המשורטט בעזרת מחוגה של מפתח 1 ס"מ יש צורה ייחודית לכל אורכו .
לכל קטע של קו עגול המשורטט בעזרת מחוגה של מפתח 2 ס"מ ,יש צורה ייחודית (אחרת) לכל אורכו
לכל קטע קו המשורטט בעזרת מחוגה של מפתח 3 ס"מ יש צורה ייחודית (אחרת מקודמותיה)לכל אורכו.

לוי: לפי התיאור שלך , "לא קיים אפילו תנאי דמיון יחיד" , שניתן להחילו על קעסים.

שמעון: נכון, אני לא מכיר תנאי כזה, ואני גם מכיר בכך כי תנאי דמיון כלשהו שיכול להיות תקף לגבי קעסים יכול לנבוע רק מקו ההיקף העגול שלהם ,מכיוון שזה מה שיש בקעסים - קו היקף עגול וזה הכל. ומה אנו רואים אחרי ניסוי ההתלכדות ? שהצורה והאורך של קו ההיקף העגול תלויים במפתח המחוגה. ומכיוון שלכל קעס יש מפתח מחוגה אחר (בין אפס לאינסוף סנטימטרים) הרי לכל קעס יהיה קו עגול סגור באורך ייחודי, ובצורה ייחודית.
ראובן: זה הרעיון המשונה ביותר ששמעתי מעודי .
לוי: ובכן לאן הגענו ?
שמעון: אם נדמה טור של אלפי ריבועים מהזעיר עד לענק , כולם יהיו דומים זה לזה וצורתם זהה ואם נדמה טור של אלפי קעסים מהזעיר עד לענק, לכל קו היקף תהיה צורה עגולה ייחודית הנובעת ממפתח המחוגה שלו. הבחנה זו מאפשרת להגיד כי לא מתקיים אף תנאי של דמיון בקעסים. והמסקנה היא פשוטה והחלטית:

הקעסים אינם דומים דמיון מושלם זה לזה, וצורתם אינה זהה לחלוטין.

ראובן: פלא פלאים, כל מי שתשאל יגיד לך שקעסים דומים זה לזה, וצורתם זהה..
שמעון: נו באמת , שני הקעסים האלה דומים זה לזה ? הרי לכל קעס יש צורה אחרת של קו עגול וקשתונים מקווי ההיקף לעולם לא יתלכדו.



ראובן: נכון , הקעסים האלה אינם דומים באופן מושלם, אבל בכל זאת יש בינהם דמיון רב מאוד,
שמעון: כאן אני מסכים איתך לחלוטין, הדמיון בין קעסים הוא רב מאוד, אך אינו מושלם.
לוי: אני כבר חושב "שקו עגול סגור" מציג צורה גיאומטרית מסובכת ומופלאה מאין כמוה.

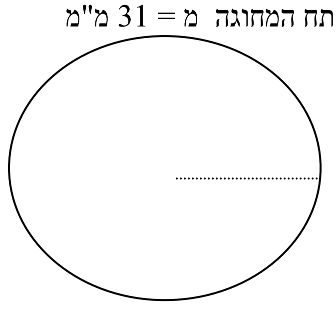
מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: הקעסים מציגים קשר מופלא בין מידה וצורה , קשר כזה לא קיים בריבועים
אפשר לצייר ריבוע קטן וגדול ולהם צורה זהה, אך אי אפשר לצייר קעס קטן וגדול בעלי צורה זהה
ריבוע זה שם של צורה, ואני פטור מלציין את המידה שבה מופיעה צורה זו.
קעס זה שם של צורה, ובמקרה זה -"חייבים לציין מידה" כדי לייחד צורה מסוימת מתוך אינסוף צורות
ראובן: איזה מידה נציין ?
שמעון: את מפתח המחוגה בכמות של ס"מ, הרי כמות זו קובעת את אורכו של הקו העגול ואת צורתו.
ראובן: מה נגיד ? קעס של מפתח מחוגה 17 ס"מ ?
שמעון: למה לא ? , ומי שירצה לזהות את צורת הקעס הזה, יצטרך לקחת מחוגה, לקבוע לה מפתח של 17 ס"מ , ואז לצייר קעס. קו ההיקף של קעס זה יהיה בעל אורך ייחודי וצורה ייחודית, שלא תופיע בשום קעס אחר.

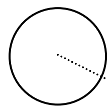
לוי: ובכן מה יש בקעסים ? זה מתחיל להיות מסובך
שמעון: קודם כל , אי אפשר להחיל עליהם מדידה פיתגורית.
ושנית , אי אפשר לדבר על קעסים, בלי לציין את המידה של מפתח המחוגה שלהם בכמות של ס"מ
ושלישית, יש לקבל את ההבחנה כי מפתח המחוגה מ ואורך הקו העגול הסגור ה מהווים צירוף מידות אורך טבעי, שיש לו מספר יחס אופייני ה//מ.
ורביעית, מכיוון שיש אינסוף צורות של קווים עגולים סגורים, יש להכיר בכך כי לכל קעס יש מספר יחס אופייני ה//מ, המבטא את צורתו הייחודית שלו.
וחמישית היות ובכל זאת הקעסים דומים זה לזה אם כי הדמיון אינו מושלם, הביטוי לכך יהיה שכל מספרי היחס של כל הקעסים ימצאו בתחום מספרי צר.מאוד.

לוי: בקיצור... זה מה שאתה אומר

בקעס זה
מפתח המחוגה מ = 31 מ"מ



בקעס זה
מפתח המחוגה מ = 10 מ"מ



מספר היחס ה//מ של קעס זה ... .אינו = ... למספר היחס ה//מ של קעס זה
אבל מספר היחס של קעס זה קרוב מאוד בערכו למספר היחס של קעס זה
לדוגמה ה//מ = 6.287 מול ה//מ = 6.298
לכן ה של קעס זה = 31 * 6.287 לכן ה של קעס זה = 10 * 6.298

ה//מ מינימלי יופיע ב מ= אינסוף ה//מ מקסימלי יופיע ב מ= אפס
השערה ה//מ מינימלי = 6.2832 השערה ה//מ מקסימלי 6.32

ולסיכום: כל מספרי היחס ה//מ של כל הקעסים יופיעו בתחום הצר בין 6.28 ל 6.32

שמעון: נכון, זה בקיצור מה שאני אומר
ראובן: ומי סיפר לך את הסיפור ההזוי הזה ?
שמעון: ידיעתי הטבעית
ראובן: ואותי לימדו , וכך גם מלמדים , אולי אלפי שנים - שלכל הקעסים יש אותו מספר יחס ה//מ והוא נמצא באזור ה//מ מינימלי שציינת. בקרבת 6.28

שמעון: ואף על פי כן, אני משוכנע בידיעתי הטבעית.
ראובן: ואני משוכנע בידיעה המקובלת של מספר יחס ה//מ יחיד המתאים לכל הקעסים
לוי: אכן יש שתי אפשרויות , ואיך נדע איזו נכונה ?
שמעון: אני יודע שלעולם לא נוכל לדעת איזו אפשרות היא הנכונה.
ראובן: עוד פעם אתה אומר שאתה יודע כי אינך יודע ?
שמעון: ואיך נדע ? הרי אין כל אפשרות למדוד את אורכו של קו עגול בצורה מדויקת כל כך, שתאפשר הבחנה בין ה//מ של קעסים, שנמצאים בתוך תחום מספרי צר מאוד.

ראובן: אז מה הטעם בכל הרעיון שלך ?
שמעון: ומה הטעם ברעיון האומר שלכל הקעסים יש מספר יחס ה//מ יחיד , בקרבת 6.28 ?.
לוי: מוזר מאוד, מה הטעם להעלות רעיונות שאי אפשר להוכיחם על פי מדידות ?

ראובן: אני יכול להוכיח את טענתי
שמעון: אתה פטור מהוכחה , וטענתך תהיה תקפה עד שתופרך
ראובן: מדוע אני פטור מהוכחה ?
שמעון: מכיוון שאין כל אפשרות להוכיח את הטענה של שוויון מושלם במספרי יחס ה//ב של קעסים.
ראובן: מדוע אין אפשרות להוכיח ?
שמעון: כיוון שאין מדידה מושלמת , ולהוכיח שוויון מושלם במספרי יחס צריך מדידה מושלמת.

לוי: ראובן טוען טענה של שוויון מושלם במספרי יחס , ואתה טוען טענה של אי שוויון במספרי יחס
שמעון: נכון, ועלי מוטלת חובת הוכחה. אם אצליח להוכיח על ידי מדידה מדויקת שאכן יש אי שוויון במספרי יחס ה//ב של קעסים, הרי גם הוכחתי את טענתי, וגם הפרכתי את טענת ראובן.
לוי: אז תנסה למדוד
שמעון: אני לא יכול, מי יכול למדוד את אורכו של קו עגול סגור ברמת דיוק של פלוס מינוס אלפית מ"מ
לוי: לשם מה רמת דיוק כזו ?
שמעון: התחום בו נמצאים מספרי היחס הוא צר מאוד, וההבדלים בינהם זעירים, לכן נדרשת מדידת אורך של קו עגול כל כך מדויקת, שאי אפשר להגשימה.
לוי: ובכן הגענו למצב מוזר, המאפשר את קיומן של שתי טענות הפוכות.
שמעון: נכון, ובשלב זה אין כל אפשרות לדעת, איזו טענה היא הנכונה

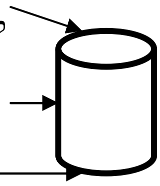
האם לכל הקעסים יש מספר יחס יחיד ה//מ , הנמצא באזור 6.28
האם לכל קעס יש מספר יחס ה//מ ייחודי, וכל מספרי היחס נמצאים בתחום 6.28 6.32

ראובן: צריך לצאת מהמבוך שנקלענו אליו
שמעון: בשבילי לצאת מהמבוך זה לבצע מדידה מדויקת שתוכיח שינוי במספרי יחס של קעסים.
ראובן: אני חייב להעיר לך, שמדידות מעשיות אינן מקובלות בגיאומטריה. העיסוק הגיאומטרי הוא עיסוק רעיוני. לכן המדידה הפיתגורית מופיעה בתחום הגיאומטרי והמדידה המעשית אינה מופיעה בו
לוי: ראובן צודק, למיטב ידיעתי, מדידה מעשית לא מופיעה בתחום הגיאומטרי.
שמעון: אנו עוסקים בצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר שמשפט פיתגורס לא חל עליה ומדידה פיתגורית לא תתכן בה. ואם זה המצב צריך לחפש מדידה מעשית ממשית שתחול על קעסים.

לוי: אתה מפעיל גישה פיסיקלית כלפי התחום הגיאומטרי.
שמעון: למה לא ? אין הבדל עקרוני בין התחומים , בתחום הגיאומטרי יש "דברים בעלי מידה " כמו מרחק, שטח , נפח , ובתחום הפיסיקלי יש "דברים בעלי מידה " כמו זמן , אנרגיה , ואולי חומר וכמו שבתחום הפיסיקלי מודדים דברים בעלי מידה, כך אפשר למדוד דברים בעלי מידה בתחום הגיאומטרי
ראובן: מה אתה מציע בגישה החדשה הזו ?

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: להתנתק מציורים של קעס , ולהתחבר אל קעס ממשי המופיע בגליל מתכתי כמו זה שבציור גליל המתכת הזה שנוצר בחריטה מדויקת מציג קו עגול סגור ממשי בעל צורה ממש מושלמת.



מישורי הקעסים מקבילים זה לזה
והם ניצבים לקוי האורך של הגליל.
את קוטר הגליל וגובהו ניתן למדוד
ברמת דיוק של (+ -) 3 אלפיות מ"מ
הנה לדוגמה תוצאת מדידה כזו.
קוטר הגליל = 19.340(3) מ"מ גובה הגליל = 26.06(9) מ"מ

לוי: איך מגיעים למדידה כל כך מדויקת של קוטר וגובה ?

שמעון: בעזרת "קליבר " או "מיקרומטר" , ואלה מכשירי מדידה פשוטים להפעלה.
לוי: ואיך מגיעים לגליל מתכת חלק ומלוטש המציג צורה גיאומטרית כמעט מושלמת של גליל ?
שמעון: מחרטה מודרנית יכולה ליצור גליל כזה, שבכל מקום שבו תבחר למדוד את קוטרו, ההבדל בתוצאת המדידה לא יעלה על 3 אלפיות מ"מ. גם אם נמדוד את גובה הגליל במקומות נבחרים על מישורי המעגלים, לא נגלה הבדל העולה על 3 אלפיות מ"מ מדידות כאלה אפשריות, כיוון שקוטר וגובה הם מרחקים ישרים, ולגבי מרחקים ישרים יש מכשירי מדידה מדויקים מאוד.

ראובן: אז יש לנו גליל בעל קוטר וגובה שנמדדו בדיוק רב מאוד, ונשאר רק למדוד באותה רמה של דיוק, את היקף הגליל שהוא מרחק עגול ולא ישר.
שמעון: אפשר להקיף את הגליל בסרט שקוף שעליו מסומנים מילימטרים, וכך תושג מדידת היקף עגול ישירה. זו אינה מדידה מושלמת, אך היא יותר מדויקת ממדידה סרגלית על גבי שרטוט.
ראובן: זו מדידה ברמת דיוק של 3 אלפיות מ"מ ?
שמעון: לא, אבל אם נצרף אליה את "שיטת האמצע" נקבל תוצאה לא רעה.
ראובן: איך מודדים ?
שמעון: הנה הקפתי את הגליל "בסרט המדידה" ואני מבחין בתוצאה בין 60.5 מ"מ ל 61 מ"מ
לוי: זו מדידה מדויקת ?
שמעון: זה כושר ההבחנה של מבט פשוט, (פלוס מינוס 0.5 מ"מ) וממנו אני משער את התוצאה המדויקת יותר , והיא הממוצע בין 60.5 מ"מ ל 61 מ"מ , כלומר 60.75 מ"מ
ראובן: זו מדידה מדויקת יותר מסרגלית, אבל היא בכלל לא מושלמת.

שמעון: יש לנו כאן קעס ממשי בעל מ = 9.6707 ה = 60.75 ולכן ה//מ שלו = כ 6.2818
ראובן: לא רע ,,, זו כמעט התוצאה המקובלת בקרבת 6.28
שמעון: ואף על פי כן, זה אינו ה//מ אמיתי של קעס בעל מפתח 9.6707 מ"מ
לוי: איך אתה קובע זאת ?
שמעון: מדידת ההיקף הישירה עם סרט המדידה, הייתה ברמה של פלוס / מינוס חצי מ"מ אם היינו מגיעים לרמת מדידה של פלוס / מינוס 3 אלפיות מ"מ , היינו מסוגלים למדוד ה//מ אמיתי.
ראובן: זו רמת המדידה של קוטר הגליל וגובהו בעזרת מיקרומטר ?
שמעון: כן, אבל מכשיר מדידה מדויק כזה למדידת היקף גליל , לא קיים.

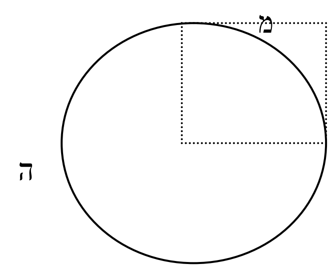
לוי: ובכן שוב פעם הגענו למצב מוזר, המאפשר את קיומן של שתי טענות הפוכות.
שמעון: נכון, ובשלב זה אין כל אפשרות לדעת, איזו טענה היא הנכונה

האם לכל הקעסים יש מספר יחס יחיד ה//מ , הנמצא באזור 6.28
האם לכל קעס יש מספר יחס ה//מ ייחודי, וכל מספרי היחס נמצאים בתחום 6.28 6.32

ראובן: זה בדיוק המצב של בחירה חופשית
לוי: אני בוחר בגישת שמעון מכיוון שלכל קעס יש צורה ייחודית, וכבר למדנו מהנצבנים שלצורה ייחודית יש מספר יחס ייחודי.
ראובן: ואני בוחר בגישה המקובלת מאז ומתמיד, לכל הקעסים יש מספר יחס יחיד, והוא בקרבת 6.28
שמעון: ואני "שובר את הראש" בלמצוא מדידה מדויקת מאוד להיקף של קו עגול.

לוי : אולי יש עוד מספר יחס בקעסים ? הרי באופן סתמי שמנו לב לצמ"טב הקווי ה – מ
ראובן: מה יש בקעסים חוץ ממפתח המחוגה מ והיקף הקו העגול הסגור ה ?
לוי: יש את השטח בתוך הקו העגול הסגור , שאפשר לסמנו הה
שמעון: ואפשר לדמות שטח ריבועי שאורך צלעו מ , שנסמנו ממ
ראובן: מה יועיל הדימוי הזה ?

לוי: הנה זה הדימוי, שטח ריבועי ממ והוא יותר קטן משטח הה



זה בעצם צמ"טב שטחי הה//ממ .אני מעריך שמדידת הה עלפי ממ תניב מספר יחס שטחי, אולי 3
ראובן: מה נעשה עם מספר היחס השטחי הנובע ממדידת שטח קעס הה עלפי שטח הריבוע ממ ?
לוי: מה שעשינו עם מספר היחס הקווי , ה//מ
ראובן: מה עשינו איתו ?
לוי: קבענו שהוא משקף את צורת הקעס , ולכן לכל קעס צריך שיהיה ה//מ ייחודי
ראובן: ואתה אומר עכשיו , שלכל קעס יש גם הה//ממ יחודי
לוי : כן, איזו עדיפות יש למספר יחס קווי על פני מספר יחס שטחי ?

ראובן: תשאל את מי שתשאל, לקעסים יש רק מספר יחס קווי, הנובע מהיקף הקעס (שהוא קו עגול) וממפתח המחוגה של הקעס (שהוא קו ישר)
לוי: אני לא מבין ? אתה לא רואה מספר יחס שטחי ? מ נהפך ל ממ ה נהפך ל הה ,
ראובן: אני רואה , יש שטח הכלוא בתוך היקף הקעס, ויש שטח הכלוא בריבוע שצלעו מפתח המחוגה.

שמעון: בסדר, אז יש בקעסים מספר יחס קווי ה//מ , ומספר יחס שטחי הה//ממ
לוי: יש למספר היחס השטחי תפקיד חשוב
ראובן: איזה תפקיד ?
לוי: כמו התפקיד של מספר היחס הקווי
ראובן: תן דוגמה.
לוי: נניח שיש לי קעס במפתח מחוגה 4.5 ס"מ
ונניח שמספר היחס הקווי הוא 6.27
ונניח שמספר היחס השטחי הוא 3.1
נתונים אלה מאפשרים לדעת את היקף הקעס ושטחו.

נוסחת היקף הקעס = 4.5 * 6.27 = 28.215 ס"מ
נוסחת שטח הקעס = 3.1 * (4.5 * 4.5) = 62.775 ס"מר

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: לוי צודק, לקעס יש שני מספרי יחס, קווי ושטחי.
בנוסחת ההיקף על פי מ מופיע מספר היחס הקווי
בנוסחת השטח על פי ממ מופיע מספר היחס השטחי
ראובן: זה לא מקובל אבל שכנעת אותי, לצורה הגיאומטרית הפשוטה ביותר יש שני מספרי יחס.

לוי: באותו רגע שבחרנו מפתח מחוגה כמו לדוגמה 7.5 ס"מ , בחרנו גם שטח ריבועי של 56.25 סמ"ר לאחר בחירה זו נקבעו בהכרח אורכו של הקו העגול הסגור וצורתו, נקבע בהכרח השטח הכלוא בתוך הקו העגול הסגור, ונקבעו בהכרח שני מספרי יחס ה//מ הה//ממ
ראובן: את מספר היחס הקווי האמיתי לא הצלחנו להשיג, ואיך נצליח להשיג את מספר היחס השטחי האמיתי , הרי מדידה מדויקת של שטח עגול, מסובכת הרבה יותר ממדידת היקף עגול ?

שמעון: אני חושב שהיא לא כל כך מסובכת
ראובן: מה אתה רואה ?
שמעון: אני רואה מדידה פיסיקלית של מספר היחס השטחי היחודי של מעגל בעל מפתח מסויים.
לוי: מדידה פיסיקלית ? בגיאומטריה ? ועוד מדידה של מספר יחס שטחי ? איך מודדים מספר יחס ?
שמעון: זה הפתרון המסתמן, אפשר למדוד את ערכו של מספר יחס שטחי הה//ממ
לוי: אתה בטוח ? אפשר למדוד את ערכו של מספר יחס שטחי ?
שמעון: יש מאמר " המספרים המידלגיים של המעגלים " שבו מתוארת מדידה כזו
לוי: למי יש כוח לקרוא מאמרים, אולי תן לנו תקציר ממנו

שמעון: המדידה מתחילה בבחירת גוש ברזל גולמי, שמצרפים אליו הנחה האומרת כך.
המשקל הסגולי של גוש הברזל זהה בכל חלקיו. (הנחת היסוד)
לאחר מכן מכינים מגוש הברזל , בעיבוד מכני מדויק השואף לשלמות קוביה ושלושה גלילים.
בשלב הבא שוקלים את ארבעת הגופים, במאזניים אנליטיות המאפשרות רמת דיוק של אלפית גרם.

ראובן: לשקול? ממתי שוקלים קוביה ? מה הטעם לשקול גלילים ?
לוי: גם לי זה נשמע מוזר
שמעון: לאחר שקילת הקוביה , ומדידת אורך צלעותיה, יש לנו נתונים מדויקים מאוד על משקלה ונפחה. ואלה יניבו את המשקל הסגולי של הקוביה, וגם של שלושת הגלילים.
לוי: נכון, המדידה גילתה את המשקל הסגולי של הקוביה, אבל היות והקוביה והגלילים יוצרו מאותו גוש ברזל , שכלפיו קיימת הנחת היסוד, הרי המשקל הסגולי של הגלילים ידוע לנו.

שמעון: ואם ידוע לנו המשקל הסגולי של כל גליל, ומשקלו , אז ידוע גם נפחו.
ראובן: אנו עוסקים בגיאומטריה, ואתה הגעת לנפח הגליל בדרך פיסיקלית.
שמעון: ומה פסול בכך, התהליך מדויק מאוד , ונפח כל גליל הוא מדויק מאוד.
לוי: אל תשכח כי רצית למדוד מספר יחס שטחי המופיע בבסיס הגליל הזה, שהוא קעס כמעט מושלם.

שמעון: לא שכחתי, עכשיו, לאחר שאנו יודעים את נפח הגליל, נעבור אל הגיאומטריה ונמדוד את מספר היחס השטחי של הגליל הזה.
ראובן: זה נשמע כמעשה קסמים.
שמעון: כלל וכלל לא
לוי: טוב, נשמע
שמעון: נפח גליל = שטח המעגל שלו * גובהו ?
לוי: נכון, זוהי הנוסחה הפשוטה שכולנו מכירים.
שמעון: את גובה הגליל אפשר למדוד ברמת דיוק של 3 אלפיות מ"מ , ואם נכניס לנוסחה את גובה הגליל , נשיג את שטח הבסיס של הגליל ברמת דיוק גבוהה מאוד.
לוי: ובכן , מדדת את שטחו של קעס

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

שמעון: ועכשיו נשיג את שטח הריבוע ממ שאורך צלעו מפתח המחוגה מ של הקעס . השגה זו פשוטה מאוד, על ידי מדידת קוטר הגליל בעזרת מיקרומטר, ומקטינים פי 2
לוי: את שטחו של קעס הה כבר מדדת, ואת שטחו של ממ גם מדדת

שמעון: וכך קיבלנו את שטח הה ואת שטח ממ ומאלה נשיג מספר יחס שטחי
מספר היחס השטחי המבוקש = הה//ממ

לוי: זהו ? כך מודדים מספר יחס שטחי של קעס ?
שמעון: כך זה מופיע במאמר והתהליך מדויק מאוד ומתקבל על הדעת
ראובן: ומה התקבל ? מספר יחס שטחי זהה בשלושת הגלילים ?
שמעון: התקבל מספר יחס שטחי משתנה במגמה ברורה

לוי: אתה חייב לפרט את המדידה הזו
שמעון: הנה הפירוט כפי שהוא מופיע במאמר.
מגוש ברזל גולמי יוצרו - קוביה ו 3 גלילים. הקוביה יוצרה בהשחזת שטחים, וזאת כדי להשיג קירבה מקסימלית לצורה מושלמת של קוביה. לאחר מכן נמדד המרחק בין כל שתי פיאות ב 5 מקומות - במרכז הפיאה, ובארבעת פינותיה. מקבוצת מדידות זו הושג ממוצע המרחק בין כל שתי פיאות.
מדידות המרחקים נעשו בעזרת מיקרומטר, כאשר שגיאה אפשרית היא של 3 אלפיות המ"מ .
ואלה הם התוצאות הממוצעות של שלושת המרחקים בקוביה, הניצבים זה לזה.
17,875 מ"מ , 17,880 מ"מ , 17.880 מ"מ .

מנתונים אלו חושב נפח הקוביה, והוא **5,7145 סנטימטר מעוקב . (סמ"ק)**
קוביה זו נשקלה במאזניים רגישות המסוגלות להבחין באלפית הגרם, והתוצאה הייתה **44,818 גרם**.
מנתונים אלה חושב המשקל הסגולי של הקוביה, (ושל הגלילים) והוא **7,8428 גרם לסמ"ק.**

לאחר ייצור הגלילים נמדדו קוטרם וגובהם בעזרת מיקרומטר, והם נשקלו ברמת דיוק של אלפית גרם.
נתוני המדידה מופיעים בשלושת הטורים הראשונים , ובטור הרביעי מופיע נפחו של כל גליל, על פי **משקל הגליל / משקלו הסגולי.**
בטור החמישי מופיע שטח מעגלי הה של כל גליל , על פי נפח הגליל / גובה הגליל
בטור הששי מופיע שטח ריבועי ממ שצלעו מפתח המחוגה = מחצית הקוטר
בטור השביעי מופיע מספר היחס השטחי הה//ממ , והוא משתנה במגמה ברורה.

קוטר הגל' מ"מ	**גובה הגל'** מ"מ	**משקל הגל'** גרם	**נפח הגליל** סמ"ק	**שטח הה** סמ"ר	**שטח ממ** סמ"ר	**הה//ממ** מספר
28.005	9.925	47.900	6.107	6.15314	1.96	3.1393
9.975	11.350	6.925	0.883	0.77797	0.2487	3.1281
2.506	14.910	0.5737	0.07315	0.04906	0.0157	3.1248

ראובן: מה אפשר להסיק מ 3 מדידות ?
לוי: שמספר היחס השטחי של קעסים משתנה באופן רציף מ 3.12 עד 3.14 כאשר מפתח המחוגה משתנה בין אפס ס"מ ל אינסוף ס"מ
שמעון: השינויים העיקריים בערכו של הה//ממ יופיעו במפתחי מחוגה זעירים.

ראובן: אם היינו מוסיפים גליל בקוטר 50 מ"מ , איזה מספר יחס שטחי יתאים לו ?
לוי: אולי 3.1395 ,
ראובן: ולגליל בקוטר 500 מ"מ ?

מאמר מקורי מאת א.עצבר A . aetzbar

לוי: אולי 3.1396
ראובן: ולגליל בקוטר אינסופי ?
לוי: אולי 3.14 , ובקיצור.....
כאשר מפתח המחוגה של קעסים ישתנה בין אפס לאינסוף, הה//ממ ישתנה בין 3.12 ל 3.14

ראובן: אתה מאמין במה שאתה אומר ?
לוי: יש הוכחה ממשית על ידי מדידה ממשית
ראובן: ומה עם מספר היחס הקווי ?
לוי: הוא נשאר בגדר תעלומה
שמעון: גם הוא חייב להשתנות , ולפי ידיעתי הטבעית הוא ישתנה במגמה הפוכה
כאשר מפתח המחוגה ישתנה בין אפס לאינסוף, ה//מ ישתנה בין 6.32 ל 6.28
ראובן: אבל לשינוי מספר היחס הקווי אין הוכחה ממשית.

לוי: הציור הבא מרכז את הידיעות לגבי הקעסים,כאשר **יש כבר הוכחה** לשינוי מספר היחס השטחי..
לגבי שינוי מספר היחס הקווי – **קיימת רק השערה.**

אינסוף ס"מ	תחום שינוי של מפתח המחוגה	אפס ס"מ
6.28	תחום שינוי של מספר יחס קווי ה//מ	6.32
3.14	תחום שינוי של מספר יחס שטחי הה//ממ	3.12

ראובן: מי היה מאמין ? מדידות מעשיות מדויקות בתחום הגיאומטרי ,
לוי: הכל הפוך על הפוך , מדידה פיסיקלית סיפקה הוכחה לתחום הגיאומטרי
שמעון: מזמן היה צריך להחזיר את המדידות אל התחום הגיאומטרי.
ראובן: מי יאזין לך ? העולם המתמטי מאמין בחישובים ולא במדידות
שמעון: החישובים טובים לתחום המתמטי הטהור. לתחום הגיאומטרי נדרשות מדידות - או מדידות פיתגוריות , או ממש מדידות פיסיקליות, כמו זו שהוכיחה את שינוי מספר היחס השטחי של קעסים..

ראובן: מי יאמין לך ?

א.עצבר
1/2010